المجلة المصرية للسكان وتنظيم الاسرة
معهد الدراسات والبحوث الاحصائية - جامعة القاهرة
المجلد ٢٩ - العدد الثانى ١٩٩٦ من ص ١ : ٤٣

تفسير طرق تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية
ورفع مستوى كفاءة تطبيق الطرق المختلفة

د. مها محمد وجيه قسم الإحصاء - كلية الإقتصاد والعلوم السياسية

يهتم البحث بتطوير أسلوب تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية من خلال إجراء بعض التعديلات على الأساليب المستخدمة في التقدير.

لقد إستخدم التعريف العام للإحتمال في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية وإستخدم أيضاً أسلوب الإمكان الأكبر في التقدير . فتم بالبحث تعديل صيغ الإحتمالات المباشرة التى تقدر بها مدخلات جداول الحياة الفوجية الناتجة عن تطبيق الأسلوب الأول بعد تحديد أوجه النقص المناظرة لها . كما تم بالبحث تعميم تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر مهما كان طول الفترة الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة بجداول الحياة الفوجية ، فقد كان تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر لتقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية في أغلبية الحالات في ضوء ما هو متوفر من بيانات يستلزم استخدام فترات زمنية طولها الوحدة.

أولاً : مقدمة

يعتمد بناء جداول الحياة الفوجية على تحليل بيانات فوج معين من المفردات تصف تجربة هذا الفوج مع القوى محل الدراسة خلال الزمن. وتعرف مدخلات جداول الحياة الفوجية بدلالة إحتمالات الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترات الزمنية المتتالية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة ، فإذا تعددت القوى محل الدراسة تعرف المدخلات بدلالة إحتمالات الخروج من الحالة محل التحليل ، للأسباب المختلفة ، الخام أو الصافية أو الجزئية الخام. ونحتاج في الواقع لحساب قيمة لهذه الإحتمالات سواء ظهرت خلال الفترات الزمنية محل الدراسة مفردات خارجات عن الملاحظة أو مفردات مفقودات من الملاحظة بسبب توفر بيانات فوجية غير كاملة ، أو ظهرت مفردات ملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال كل فترة زمنية إذا كانت جداول الحياة الفوجية تعرف كجداول حياة للتزايد والتناقص تدرس التأثير الصافى لبعض القوى محل الدراسة ؛ تلك التى ينتج عنها الخروج من الحالة محل التحليل وتلك التى ينتج عنها إعادة الدخول إليها.

ولقد استخدم في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية التعريف العام للإحتمال[1] ، كما استخدم اسلوب الإمكان الأكبر في التقدير.

ويستخدم الأسلوب الأول في التقدير لدراسة تأثير القوى محل البحث على الحالة محل التحليل، بينما إستخدم chiang (1968) ووجيه (١٩٨٩) الأسلوب الثانى في التقدير لوصف سلوك المفردات التى تظهر بالحالة محل التحليل عند بداية فترة زمنية معينة تحت تأثير القوى محل الدراسة ، وذلك عندما تتعدد مجموعات المفردات المشاهدة خلال كل فترة زمنية .

ولكن يعتبر تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية محدوداً.[2] ففى ضوء الأسلوب المتبع في التحليل ، chiang (1968) ووجيه (١٩٨٩) ، لا يصلح التطبيق إلا إذا كانت الفترات الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة طولها الوحدة[3] .

وسوف يهتم البحث من خلال تفسير التعريف النظرى لإحتمالات الخروج من الحالة محل التحليل بتطوير الصيغ المستخدمة في التقدير ، كذلك سوف يهتم البحث من خلال تفسير كيفية إستخدام أسلوب الإمكان الأكبر في التقدير بتطوير شروط تطبيق هذا الأسلوب في التقدير والغرض من تطبيقه ؛ فيمكن إثبات صلاحية تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في التقدير إذا إختلفت أطوال الفترات الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة عن بعضها البعض ، ويمكن إثبات صلاحية تطبيق اسلوب الإمكان الأكبر لدراسة تأثير القوى محل البحث بالمجتمع بالاضافة لاستخدامه في وصف سلوك مجموعة معينة من المفردات تحت تأثير القوى محل الدراسة.

ثانياً : تعديل التعريف النظرى للإحتمال الذى يستخدم في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية

سوف نتعرض لتفسير التعريف النظرى لإحتمالات الخروج من الحالة محل التحليل بجداول الحياة المتناقصة عندما تتوفر بيانات فوجية غير كاملة وبجداول الحياة للتزايد والتناقص ، وذلك مع الاشارة لأوجه النقص التى تعانى منها هذه التقديرت ، ثم سنتعرض لتعريف الصيغ المعدلة لها .

---

(١) التعريف الكلاسيكى والتعريف الموضوعى وتعريف التكرار النسبى للإحتمال .

(٢) بإستثناء حالة توفر بيانات فوجية كاملة لجداول الحياة المتناقضة .

(٣) يمكن أن يختلف تعريف طول وحدة الزمن محل الدراسة .

معهد الدراسات والبحوث الاحصائية
جامعة القاهرة المجلد ٢٩ العدد الثانى
من ص ١ : ٤٣

لقد إهتم الباحثون ، عند تعريف إحتمالات[١] الخروج من الحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة بين مفردات الفوج محل البحث ، في ظل وجود مفردات خارجات عن الملاحظة خلال كل فترة زمنية $(x,x+n)$ ، بالتمييز بين المفردات التى تظهر بالحالة محل التحليل لحظة الخروج عن الملاحظة ؛ ${}_nw_x$ ، وبين باقى المفردات المشاهدة بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية محل البحث ، على أساس أن المفردات ${}_nw_x$ يتعرضن للقوى محل الدراسة بالحالة محل التحليل في المتوسط خلال نصف الفترة الزمنية المشاهدة ، وذلك في ظل إفتراض إنتظام توزيع حركة الخروج عن الملاحظة بكل فترة زمنية ، بينما تتعرض باقى المفردات للقوى محل الدراسة خلال كل الفترة الزمنية ، فتم ترجيح الـ ${}_nw_x$ مفردة بالوزن $\frac{1}{2}$ k وتم ترجيح باقى المفردات بالوزن k ، ولكن هذا الترجيح يشوبه نقصاً : فإذا عرفنا التجربة محل الدراسة خلال كل فترة زمنية ؛ حيث تتعرض مجموعة المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل للقوى محل البحث ، يمكن أن نميز بفراغ المعاينة بين مجموعتين من المفردات : مجموعة المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية محل التحليل n_x سواء خرجن من الحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة قبل لحظة الخروج عن الملاحظة ${}_nd_x^w$ ، أو كن يظهرن بالحالة محل التحليل لحظة الخروج عن الملاحظة ${}_nw_x$ ، ومجموعة المفردات الغير خارجات عن الملاحظة m_x ؛ اللاتى يتعرض عدد منهن ${}_nd_x$ للخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية محل البحث تحت تأثير القوى محل الدراسة، ويتبقى عدد منهن ℓ_x على قيد الحياة بالحالة محل التحليل عند نهاية هذه الفترة الزمنية .

فإذا كنا نتوقع أن تتعرض مجموعة المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال $(x,x+n)$ ؛ ${}_nd_x^w+{}_nw_x$ ، للقوى محل البحث بالحالة محل التحليل خلال نصف هذه الفترة الزمنية في المتوسط ، بينما تتعرض مجموعة المفردات غير الخارجات عن الملاحظة ؛ ${}_nd_x+\ell_x$ ، بهذه الفترة الزمنية للقوى محل البحث خلال كل الفترة الزمنية ، كان لابد وأن يتم ترجيح جميع الخارجات عن الملاحظة n_x بدلالة الوزن $\frac{1}{2}$ k ويتم ترجيح جميع الغير خارجات عن الملاحظة بدلالة الوزن k. ولأن مجموع إحتمالات عناصر فراغ المعاينة يساوى واحد صحيح ، كان لابد وأن يتم تعريف إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة باستخدام الصيغة التالية :

---

(١) Suchindran et al (1979)

$$ {}_{n}q_{x} = \frac{{}_{n}d_{x} + \frac{1}{2}\, {}_{n}d_{x}^{w''}}{m_{x} + \frac{1}{2}\, n_{x}} $$

كذلك إهتم الباحثون عند تعريف إحتمال[1] الخروج من الحالة محل التحليل خلال فترة زمنية معينة (x,x+n) ، في ظل وجود مفردات ملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال هذه الفترة الزمنية ، بالتمييز بين المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة M_x ، والمفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل عند بداية الفترة الزمنية m_x ، ففى ظل إفتراض إنتظام حركة إعادة الدخول للحالة محل التحليل ، نتوقع أن تتعرض الملتحقات بالحالة محل التحليل خلال فترة زمنية معينة للقوى محل الدراسة بهذه الحالة خلال نصف هذه الفترة الزمنية في المتوسط . وعلى الرغم من أنه تم ترجيح المفردات M_x بالوزن ½k وتم ترجيح باقى المفردات بالوزن k، إلا أن تعريف إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل كان يشوبه أيضاً بعض النقص ، لأنه لم يتم ترجيح الخارجات من الحالة محل التحليل من بين الملتحقات بهذه الحالة ${}_{n}d_{x}^{i}$ بالوزن ½ k.

فإذا عرفنا التجربة محل الدراسة خلال كل فترة زمنية : حيث تتعرض المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل للقوى محل البحث ، يمكن أن نميز بفراغ المعاينة بين مجموعة المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية ، ومجموعة المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل عند بداية الفترة الزمنية ، فيتم ترجيح المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال فترة زمنية معينة بالوزن ½ k، سواء إستمر ظهورهن بالحالة محل التحليل حتى نهاية الفترة الزمنية ${}_{n}s_{x}$ ، أو خرجن من الحالة محل التحليل للسبب r قبل نهاية الفترة الزمنية ${}_{n}d_{x}^{ir}$ ، ويتم ترجيح المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل عند بداية الفترة الزمنية بالوزن k. ولأن مجموع إحتمالات عناصر فراغ المعاينة يساوى واحد صحيح ، كان لابد وأن يعرف إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) بإستخدام الصيغة التالية :

$$ {}_{n}q_{x} = \frac{{}_{n}d_{x} + \frac{1}{2}\, {}_{n}d_{x}^{i}}{m_{x} + \frac{1}{2}\, M_{x}} $$

(١) - Suchindran et al (1979)

فإذا تمت معالجة الخارجات عن الملاحظة خلال فترة زمنية معينة مع الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال هذه الفترة الزمنية ، بإستخدام الأسلوب السابق الإشارة اليه ، يمكن تعريف إحتمالات الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترات الزمنية (x,x+n) بإستخدام الصيغة التالية :

$$ {}_nq_x = \frac{{}_nd_x + \frac{1}{2}\,{}_nd_x^w + \frac{1}{2}\,{}_nd_x^i}{m_x + \frac{1}{2}\,n_x + \frac{1}{2}\,M_x} $$

ولقد إستخدم في علاج المفقودات من[1] الملاحظة نفس الأسلوب الذى عولجت به المفردات الخارجات عن الملاحظة اللاتى يظهرن بالحالة محل الدراسة لحظة الخروج عن الملاحظة.

أما الإحتمالات الخام للخروج من الحالة محل التحليل لسبب معين r خلال الفترة الزمنية (x,x+n) فيمكن تعريفها في ضوء عناصر فراغ المعاينة والأوزان المناظرة لها كالآتى :-

$$ {}_nQ_x^r = \frac{{}_nd_x^r + \frac{1}{2}\,{}_nd_x^{wr} + \frac{1}{2}\,{}_nd_x^{ir}}{m_x + \frac{1}{2}\,n_x + \frac{1}{2}\,M_x}, r = 1,2....c. $$

ويمكن تعريف الإحتمالات الصافية للخروج من الحالة محل التحليل بإستخدام الأسلوب المقترح لحسابها ، وجيه (١٩٩٦) ، كالآتى :

$$ {}_nq_x^r = \frac{{}_nd_x^r + \frac{1}{2}\,{}_nd_x^{wr} + \frac{1}{2}\,{}_nd_x^{ir}}{\left[m_x + \frac{1}{2}\,n_x + \frac{1}{2}\,M_x - \frac{1}{2}\sum\limits_{J\neq r}\,{}_nd_x^J - \frac{1}{4}\sum\limits_{J\neq r}\,{}_nd_x^{wJ} - \frac{1}{4}\sum\limits_{J\neq r}\,{}_nd_x^{iJ}\right]}, \quad r = 1,2......c. $$

فإذا كان الغرض من بناء جداول الحياة الفوجية ، دراسة تأثير القوى محل البحث بمجتمع معين في ضوء تجربة مفردات فوج معين ينتمى لهذا المجتمع ، فإننا نحتاج في الواقع لحساب توقعات وتباينات وتغايرات تقديرات مدخلات جداول الحياة الفوجية ، أما إذا كنا نستهدف فقط من بناء جداول الحياة وصف تجربة مفردات فوج معين مع القوى محل الدراسة فلا حاجة لنا لحساب[2] هذه المقاييس الإحصائية .

---

(١) - Suchindran et al (1979)

(٢) - Suchindran et al (1979)

ويلاحظ أن توقعات وتباينات وتغايرات هذه التقديرات يمكن الحصول عليها باستخدام الصيغ الخطية لها أو بإستخدام مفكوك تايلور؛ إذا كان التقدير يعرف كدالة غير خطية في عدد من المتغيرات chiang (1968) و Sheps & menken (1973). وكما يتضح يعتمد تعريف كافة التقديرات السابقة لمدخلات جداول الحياة الفوجية على المتغيرات : عدد الخارجات من الحالة محل التحليل خلال كل فترة زمنية ، تحت تأثير مختلف القوى محل الدراسة بين جميع المفردات المشاهدة بهذه الفترة الزمنية : ${}_nd_x$ ، ${}_nd_x^w$ ، ${}_nd_x^i$ ، ${}_nd_x^r$ ، ${}_nd_x^{wr}$ ، ${}_nd_x^{ir}$ ، $r=1,2.....c$ ، حيث تعبر r عن القوة محل الدراسة .

فالمتغيرات ${}_nd_x$ ، ${}_nd_x^w$ و ${}_nd_x^i$ تتبع كل منها توزيع ذو الحدين بالمعلمات m_x و ${}_nq_x$ ، n_x و ${}_nq_x$ ، M_x و ${}_nq_x$ على التوالى ؛ ولا تختلف الإحتمالات ${}_nq_x$ ، بين مجموعات المفردات المشاهدة خلال كل فترة زمنية ، لأنه تم تعريفها في ضوء تجربة مفردات هذه المجموعات المختلفة مع القوى محل الدراسة . أما المتغيرات ${}_nd_x^r$ ، ${}_nd_x^{wr}$ ، ${}_nd_x^{ir}$ ، $r=1,2.....c$ ، فتتبع كل مجموعة منها التوزيع متعدد الحدود بالمعلمات m_x و ${}_nQ_x^r$ ، n_x و ${}_nQ_x^r$ ، M_x و ${}_nQ_x^r$ على التوالى حيث $r=1,2.....c$ ، وتشترك الإحتمالات ${}_nQ_x^r$ بين مجموعات المفردات المشاهدة خلال كل فترة زمنية ، لأنه تم حسابها في ضوء تجربة مفردات كل المجموعات مع القوى محل الدراسة .

ثالثاً : تطوير إمكانيات تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية.

يمكن أن تستخدم تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية المتناقصة عندما تتوفر بيانات فوجية كاملة إذا اختلفت أطوال الفترات الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة عن بعضها البعض . أما إذا توفرت بيانات فوجية غير كاملة فيمكن أن يستخدم أسلوب الإمكان(١) الأكبر في التقدير إذا تم تقسيم المدة الزمنية المشاهدة إلى فترات زمنية طولها الوحدة (٢) . ويقتضى أيضاً تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية (٣) للتزايد والتناقص تقسيم المدة الزمنية المشاهدة إلى فترات زمنية طولها الوحدة(٢) وذلك سواء توفرت بيانات فوجية كاملة أو بيانات فوجية غير كاملة . ولكن

---

(١) - Chiang (1968)

(٢) - من الممكن أن يختلف تعريف طول وحدة الزمن محل الدراسة

(٣) - وجيه (١٩٨٩)

كما سيتضح ، يمكن إثبات صلاحية إستخدام تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية بجميع أنواعها سواء توفرت بيانات فوجية كاملة أو بيانات فوجية غير كاملة، إذا اختلفت أطوال الفترات الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة عن بعضها البعض.

كذلك لقد كان الغرض من إستخدام أسلوب الإمكان الأكبر(١)، (٢) في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية وصف سلوك مجموعة المفردات المشاهدة عند بداية كل فترة زمنية بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة ، ولكن كما سيتضح ، من الممكن إستخدام تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية في دراسة تأثير القوى محل البحث بمجتمع معين.

وسوف نهتم لإثبات إمكانية تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية مهما إختلف طول الفترة الزمنية محل التحليل ، بتعريف المعلمات التى يعتمد عليها تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر خلال فترة زمنية طولها الوحدة ، ثم سنتناول بالدراسة كيفية تعريف هذه المعلمات عندما يختلف طول الفترة الزمنية محل التحليل عن الوحدة ، وذلك مع تفسير الصيغ المستخدمة في تعريف المعلمات والإشارة لأثر طول الفترة الزمنية محل التحليل على تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية.

فالمعلمات التى تتضمنها دالة الإمكان الأكبر تصف حركة مجموعات المفردات التى يمكن أن تشاهد خلال فترة زمنية معينة بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة : مجموعة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال هذه الفترة الزمنية ، ومجموعة الخارجات عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية، ومجموعة المفردات اللاتى يظهرن بالحالة محل الدراسة عند بداية الفترة الزمنية محل التحليل. ويحدد تعريف هذه المعلمات للمجموعات المختلفة من المفردات والعلاقة بينها صيغ تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية . وكما سيتضح لن يختلف تعريف هذه المعلمات وتعريف العلاقات بينها وتفسيرها باختلاف طول الفترة الزمنية محل التحليل،وبالتالى لن يختلف تعريف تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية بإختلاف طول الفترة الزمنية محل التحليل ، فيمكن على هذا الأساس تعميم نتائج تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية مهما إختلف طول الفترة الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة بجداول الحياة.

أما تعميم الغرض من تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية ، فسوف يستلزم إستخدام قاعدة الإحتمال الكلى للربط بين الإحتمالات التى تصف حركة المجموعات

---

(١) – Chiang (1968)

(٢) – وجيه (١٩٨٩)

المختلفة للمفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة لكل فترة زمنية تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة بجداول الحياة الفوجية .

أ- تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة .

يمكن أن يتم تعريف المعلمات التى تصف حركة مجموعات المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) تحت تأثير القوى محل الدراسة بالحالة محل التحليل، في ظل التعريف التالى للمعلمات التى تصف حركة هذه المفردات خلال الفترة الزمنية (t,t+dt) ، حيث $x < t < x+1$ ، والفروض المرتبطة بها :

إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال (t,t+dt) = $u_r(t)\,dt$
بسبب الإصابة بالقوة r, $r = 1,2.......c$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) + \ldots\ldots u_c(t)$$

$u_r(t), r = 1,2.....c$ تعبر عن معدل وقوع الحدث المناظر للقوة r عند نقطة الزمن t .
وسوف نفترض ثبات تأثير القوى محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+1).

<u>تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات التي تظهر بالحالة محل التحليل عند بداية الفترة الزمنية (x,x+1)</u>

1- P_x = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+1).

$$P_x = e^{-u(x)}$$

chiang (1968)

2- q_x = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+1).

$$q_x = 1 - e^{-u(x)}$$

3- Q_x^r = إحتمال الخروج[١] من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل، r =1,2.....c.

$$Q_x^r = \int_x^{x+1} e^{-(t-x)u(x)} u_r(x)\,dt$$

$$Q_x^r = \frac{U_r(x)}{U(x)} (1 - P_x)$$

chiang (1968)

4- q_x^r = إحتمال الخروج[٢] من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، بسبب الإصابة بالقوة r، في ظل تأثير القوة r فقط من بين القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r = 1,2.....c.

$$q_x^r = 1 - e^{-U_r(x)}$$

$$q_x^r = 1 - P_x^{(Q_x^r/q_x)}$$

chiang (1968)

5- $Q_x^{r.V}$ = إحتمال الخروج من[٣] الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل بإستثناء القوة v، التى يتم حذف تأثيرها من بين القوى محل الدراسة r = 1,2....c ،$r \neq v$.

$$Q_x^{r.v} = \int_x^{x+1} e^{-(t-x)\,(u(x) - u_v(x))} u_r(x)\,dt$$

(١) – إحتمالات خام

(٢) – إحتمالات صافية

(٣) – إحتمالات جزئية خام

$$Q_x^{r.v} = \frac{Q_x^r}{q_x - Q_x^v}\left[1 - P_x^{(q_x - Q_x^v)/q_x}\right]$$

chiang (1968)

تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات الملتحقات بالحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+1)

1- P_x^i = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية.

$$P_x^i = \int_x^{x+1} e^{-(x+1-h)\,u(x)}\,dh$$

$$P_x^i = \frac{1 - e^{-u(x)}}{u\,(x)}$$

وجيه (١٩٨٩)

$$P_x^i = \frac{1 - e^{-u(x)}}{u(x)} = P_x^{1/2}$$

chiang (1968)

2- q_x^i = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية.

$$q_x^i = 1 - P_x^{1/2}$$

3- Q_x^{ir} = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r = 1,2....c .

$$Q_x^{ir} = \int_x^{x+1} \int_h^{x+1} e^{-(t-h)\,u(x)} u_r(x)\, dt\, dh$$

$$Q_x^{ir} = \frac{Q_x^r}{(1 + P_x^{\frac{1}{2}})}$$

وجيه (١٩٨٩)

4- q_x^{ir} = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير القوة r فقط من بين القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r = 1,2.....c.

$$q_x^{ir} = \int_x^{x+1} \int_h^{x+1} e^{-(t-h)\,u_r(x)}\, u_r(x)\, dt\, dh$$

$$q_x^{ir} = 1 - \left[P_x^{(Q_x^r/q_x)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

5- $Q_x^{ir.v}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل بإستثناء القوة v ، التى يتم حذف تأثيرها من بين القوى محل الدراسة ، $r \neq v$, r =1,2....c.

$$Q_x^{ir.v} = \int_x^{x+1} \int_h^{x+1} e^{-(t-h)\,(u(x) - u_v(x))}\, u_r(x)\, dt\, dh$$

$$Q_x^{ir.v} = \frac{Q_x^{r.v}}{\left[1 + \left[P_x^{(q_x - Q_x^v)/q_x}\right]^{\frac{1}{2}}\right]}$$

وجيه (١٩٨٩)

تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+1)

1- P_x^w = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية .

$$P_x^w = \int_x^{x+1} e^{-(h-x)\,u(x)}\, dh$$

$$P_x^w = \frac{1-e^{-u(x)}}{u(x)} = P_x^{1/2}$$

chiang (1968)

2- q_x^w = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية.

$$q_x^w = 1 - P_x^{1/2}$$

3- Q_x^{wr} = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r=1,2....c .

$$Q_x^{wr} = \int_x^{x+1}\int_x^{h} e^{-(t-x)\,u(x)}\, u_r(r)\; dt\; dh$$

$$Q_x^{wr} = \frac{Q_x^r}{\left[1+P_x^{1/2}\right]}$$

وجيه (١٩٨٩)

4- q_x^{wr} = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+1) ، وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير القوة r فقط من بين القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r=1,2.....c.

$$q_x^{wr} = \int_x^{x+1}\int_x^{h} e^{-(t-x)\,u_r(x)}\,u_r(x)\,dt\,dh$$

$$q_x^{wr} = 1 - \left[P_x^{(Q_x^r/q_x)}\right]^{1/2}$$

5- $Q_x^{wr.v}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+1) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل بإستثناء القوة v، التى يتم حذف تأثيرها من بين القوى محل الدراسة ، r = 1,2...c , $r \neq v$.

$$Q_x^{wr.v} = \int_x^{x+1}\int_x^{h} e^{-(t-x)\,(u(x) - u_v(x))}\,u_r(x)\,dt\,dh$$

$$Q_x^{wr.v} = \frac{Q_x^{r.v}}{\left[1 + \left[P_x^{(q_x - Q_x^v)/q_x}\right]^{1/2}\right]}$$

وجيه (١٩٨٩)

ب- تفسير أسلوب تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات المشاهدة خلال فترة زمنية معينة بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة

يستلزم في الواقع تعريف المعلمات التى تصف حركة مجموعات المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة تفسير التعريف الخاص بها خلال الفترة الزمنية (x,x+1). فيعتبر السبب الأساسى لعدم إمكانية تطبيق اسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية عندما تقسم المدة الزمنية المشاهدة إلى

فترات زمنية طولها $n(n \neq 1)$ عدم تناسق النتائج عند تعميم تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية n ، و عدم تناسق النتائج عند تعميم تعريف المعلمات التى تصف حركة الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية n.

ويعزى عدم التناسق هذا لعدم الفهم الكامل لتعريف هذه المعلمات خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، الذى يعزى بدوره لعدم وضوح الوزن الذى يناظر نقطة الزمن التى يحدث عندها الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال فترة زمنية معينة ، وعدم وضوح الوزن الذى يناظر نقطة الزمن التى يحدث عندها خروج عن الملاحظة خلال فترة زمنية معينة.

وسوف نهتم بتفسير تعريف المعلمات التى تصف حركة الخارجات عن الملاحظة والملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال فترة زمنية معينة من خلال تعريف توزيع إحتمالى لزمن الخروج عن الملاحظة ولزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة ، ثم سنتعرض لإثبات صحة التفسير المقترح لتعريف هذه المعلمات، كما سنتعرض لإثبات تطابق تعريف المعلمات التى يعتمد عليها تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر خلال الفترتين الزمنيتين (x,x+1) و (x,x+n) ، لتأكيد إمكانية تعميم تطبيق اسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية مهما إختلف طول الفترة الزمنية محل التحليل.

<u>تعريف التوزيع الإحتمالى لزمن الخروج عن الملاحظة ولزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال فترة زمنية معينة .</u>

يلاحظ أن تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل عند بداية الفترة الزمنية محل البحث ، كما أوضح chiang (1968) ، لا يختلف بإختلاف طول هذه الفترة الزمنية ، أما تغيير طول الفترة الزمنية محل البحث عن الوحدة مع التعويض المباشر في الصيغ العامة للمعلمات التى تصف حركة الملتحقات بالحالة محل الدراسة أو التى تصف حركة الخارجات عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، فينتج عنه تعريف مختلف للمعلمات قد لا يحقق معنى الإحتمال . والمشكلة في تعريف هذه المعلمات تنشأ كما أعتقد عن عدم التعامل مع زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة أو زمن الخروج عن الملاحظة كمتغير عشوائى له توزيع إحتمالى يمكن أن يختلف تعريفه وتختلف معلماته بإختلاف الفترة الزمنية محل التحليل .

لقد إفترض chiang (1968) أن المفـردات الخارجـات عـن الملاحظـة خـلال الفـترة الزمنيـة (x,x+1) تخرج بطريقة عشوائية[١] خلال هذه الفـترة الزمنيـة ، وعـرف علـى هـذا الأسـاس إحتمال البقاء على قيد الحياة حتى T لحظة الخروج عن الملاحظة ، حيث t < T < t+dt ، بدلالة الصيغة التالية :

$$e^{-(t-x)\,u\,(x)}\,dt$$

فتمثل dt إحتمال حدوث خروج عن الملاحظة خلال (t,t+dt) . ولكن إذا كان هذا الإحتمـال صحيح خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، إلا أنه غير صحيح خلال الفترة الزمنيـة (x,x+n) ، وذلك في ضوء التفسير الذى قدمه Degroot (1986) للسلوك العشـوائى للمفـردات والتفسـير الذى قدمه Fruend (1980) لإحتمال وقوع حدث معين خلال فترة زمنية متصلة .

فـالمفروض فـي الواقـع أن يعـرف إحتمـال حـدوث خـروج عـن الملاحظـة عنـد T بطريقـة عشوائية، إذا كانت t < T < t+dt خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، بدلالـة خـارج القسـمة : طول هذه الفترة الزمنية على مجموع أطوال الفترات الزمنية dt التى يقسم إليها مدى المتغير T (x,x+1) ، أى يعرف الإحتمال بدلالة خارج القسمة :

$$\frac{dt}{\int_x^{x+1} dt} = dt$$

وبالتالى يمكن أن يعرف إحتمال حدوث خروج عن الملاحظـة بطريقـة عشـوائية عنـد T ، إذا كانت t < T < t+dt ، خلال الفترة الزمنية (x,x+n) كالاتى :

$$\frac{dt}{\int_x^{x+n} dt} = \frac{1}{n}\,.\,dt$$

ويعنى الإحتمال الذى تم الحصول عليه سواء خلال الفترة الزمنية (x,x+1) أو الفترة الزمنيـة (x,x+n) ، أننـا نتعـامل مـع زمـن الخـروج عـن الملاحظـة كمتغير يتبـع التوزيـع المنتظـم ، وبالتالى يمكن أن يعرف بصفة عامة إحتمـال حـدوث خـروج عـن الملاحظـة خـلال (t,t+dt) بدلالة f(t) dt ؛ فدالة كثافة الإحتمال f(t) يمكن أن يختلف تعريفها من تحليل لآخر.

(١)- " a plausible assumption is that the withdrawals take place at random during the interval (x,x+1)"

كذلك يعرف إحتمال إلتحاق المفردة بالحالة محل التحليل عند نقطة الزمن T ، حيث $t < T < t+dt$ ، خلال الفترة الزمنية (x,x+1) ، في ضوء نفس التفسير السابق لزمن الخروج عن الملاحظة ، بدلالة الإحتمال $f(t)\ dt$. فإذا كان زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة يتبع توزيعاً منتظماً يعرف هذا الإحتمال بدلالة dt.

ويعرف إحتمال إلتحاق المفردة بالحالة محل التحليل عند نقطة الزمن T ، حيث $t < T < t+dt$ ، خلال الفترة الزمنية (x,x+n) بدلالة الإحتمال $f(t)\ dt$. فإذا كان زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة يتبع توزيعاً منتظماً يعرف هذا الإحتمال بدلالة $\frac{dt}{n}$.

<u>الأسلوب المتبع لإثبات صحة التفسير المقترح لتعريف المعلمات التى يعتمد عليها تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر.</u>

إذا كان التفسير المقترح للصيغة التى إستخدمها chiang (1968) لإحتمال البقاء على قيد الحياة حتى لحظة الخروج عن الملاحظة بين الخارجات عن الملاحظة تفسيرسليم ، لابد وأن يتطابق تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، سواء تمت معالجة الخارجات عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية كمجموعة واحدة أو تمت تجزئتهن إلى n من المجموعات : مجموعة الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x,x+1) ، ومجموعة الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x+1, x+2) ، ومجموعة الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x+2, x+3) ، .... ، ومجموعة الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x+n-1 , x+n) .

فيعتمد التحليل الأول على تطبيق مضمون التفسير المقترح للصيغة التى إستخدمها chiang (1968) ، بينما يعتمد التحليل الثانى على التطبيق الحرفى للصيغة التى إستخدمها chiang (1968).

فيسلتزم تعريف المعلمات خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، عندما تعالج الخارجات عن الملاحظة كمجموعة واحدة ، إستخدام دالة كثافة إحتمال التوزيع المنتظم $f(t) = \frac{1}{n}$ لزمن الخروج عن الملاحظة .

أما تعريف المعلمات خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، عندما تتم تجزئة الخارجات عن الملاحظة إلى n من المجموعات ، فيسلتزم أن نبدا بتطبيق قاعدة الإحتمال الكلى :

فإذا كان الحدث الذى نحتاج لإيجاد إحتماله ، معرف على n من مجموعات المفردات ، وكانت هذه المجموعات لها فرص متساوية في الظهور وذلك في ظل إفتراض توزيع متساوى للخارجات عن الملاحظة بين الـ n وحدة زمنية ، يعرف إحتمال وقوعه كالآتى :

إحتمال وقوع حدث معين خلال الفترة الزمنية (x,x+n) =

$\frac{1}{n}$ [إحتمال وقوع هذا الحدث خلال (x,x+n) بين المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x,x+1)]

+ $\frac{1}{n}$ [إحتمال وقوع هذا الحدث خلال (x,x+n) بين المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x+1,x+2)]

+ .... + ...+

+ $\frac{1}{n}$ [إحتمال وقوع هذا الحدث خلال (x,x+n) بين المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x+n-1, x+n)].

ويعرف إحتمال وقوع الحدث محل الدراسة خلال (x,x+n) ، بين المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال وحدة زمنية معينة (x+k, x+k+1) ، بدلالة مجموع إحتمالات وقوع هذا الحدث خلال الوحدات الزمنية المتتالية (x,x+1) ، (x+1,x+2) و (x+2,x+3) .... و (x+k, x+k+1).

ولما كان تعريف إحتمال وقوع الحدث بالفترة الزمنية التى يتم خلالها الخروج عن الملاحظة يعتمد على لحظة الخروج عن الملاحظة ، وكان طول الفترة الزمنية محل التحليل هو الوحدة، فيمكن أن تتم معالجة الخروج عن الملاحظة خلال الوحدة الزمنية (x+k,x+k+1) بإستخدام الصيغة التى طبقها chiang (1968) بدون أى تحريف وبدون إستخدام التفسير المقترح لها.

وسوف نهتم في الواقع ، للتحقق من مدى دقة التفسير المقترح لأسلوب علاج زمن الخروج عن الملاحظة ، بتعريف كافة الإحتمالات التى تصف حركة المفردات الخارجات عن الملاحظة بجداول الحياة الفوجية تحت تأثير القوى محل الدراسة ، خلال الفترة الزمنية (x,x+n) باستخدام الأسلوبين السابقين : فتتم معالجة الخارجات عن الملاحظة كمجموعة واحدة وتتم تجزئتهن إلى n من المجموعات ويتم تعريف الإحتمالات في الحالتين لفحص مدى تطابق الصيغ الناتجة.

كذلك سوف نهتم للتحقق من دقة التفسير المقترح لأسلوب علاج زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة ، بتعريف كافة الإحتمالات ، التى تصف حركة الملتحقات بالحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ تحت تأثير القوى محل الدراسة ، أيضاً باستخدام الأسلوبين السابقين: فيتم تحليل سلوك هذه المفردات كمجموعة واحدة وتتم تجزئتهن إلى n من المجموعات: مجموعة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال $(x,x+1)$ ومجموعة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال $(x+1,x+2)$ ومجموعة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال $(x+2,x+3)$،....ومجموعة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال $(x+n-1,x+n)$ ، ويتم تعريف الإحتمالات في الحالتين لفحص مدى تطابق الصيغ الناتجة.

فيتم تعريف الإحتمالات في ظل التحليل الأول من خلال إفتراض أن زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ يتبع توزيعاً منتظماً.

ويتم تعريف إحتمال وقوع حدث معين في ظل التحليل الثانى ، من خلال تطبيق الصيغة التى إستخدمها وجيه (١٩٨٩) لإحتمال البقاء على قيد الحياة ، بين المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية $(x,x+1)$ تطبيقاً حرفياً ، مع إفتراض أن الملتحقات بالحالة محل الدراسة تتوزع بالتساوى بين الـ n وحدة زمنية : فإحتمال وقوع حدث معين خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ =

$\frac{1}{n}$ [إحتمال وقوع هذا الحدث خلال $(x,x+n)$ بين المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الوحدة الزمنية $(x,x+1)$]

+ $\frac{1}{n}$ [إحتمال وقوع هذا الحدث خلال $(x,x+n)$ بين المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الوحدة الزمنية $(x+1,x+2)$]

+ ..... + ... + ...

+ $\frac{1}{n}$ [إحتمال وقوع هذا الحدث خلال $(x,x+n)$ بين المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الوحدة الزمنية $(x+n-1,x+n)$]

ويعرف إحتمال وقوع الحدث محل البحث خلال $(x,x+n)$ بين المفردات الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الوحدة الزمنية $(x+k,x+k+1)$ بدلالة مجموع إحتمالات وقوع هذا الحدث خلال الوحدات الزمنية المتتالية $(x+k,x+k+1)$ و $(x+k+1,x+k+2)$ و $(x+k+2,x+k+3)$ ...... و $(x+n-1,x+n)$. حيث يعتمد تعريف إحتمال وقوع الحدث محل

البحث خلال الوحدة الزمنية (x+k,x+k+1) بين هؤلاء الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال (x+k,x+k+1) ، على أسلوب معالجة زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال فترة زمنية طولها الوحدة ؛ وجيه (١٩٨٩) .

<u>الأسلوب المتبع لاثبات تطابق تعريف المعلمات التى يعتمد عليها تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر خلال الفترتين الزمنيتين (x,x+1) و (x,x+n)</u>

سوف نهتم بتعريف المعلمات التى يعتمد عليها تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، فبمقارنتها بالتعريف المناظر لها خلال الفترة الزمنية (x,x+1) يمكن التحقق من تطابق تعريف الإحتمالات التى تصف حركة المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل خلال هاتين الفترتين الزمنيتين . فيؤكد هذا التطابق إمكانية إستخدام أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية مهما إختلف طول الفترة الزمنية محل التحليل.

جـ- تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة .

يمكن أن يتم تعريف المعلمات التى تصف حركة مجموعات المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) بالحالة محل التحليل تحت تأثير القوى محل الدراسة ، في ظل التعريف التالى للمعلمات التى تصف حركة هذه المفردات خلال الفترة الزمنية (t,t+dt) ، $x<t<x+n$ والفروض المرتبطة بها :

إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال (t,t+dt) بسبب الإصابة بالقوة r ، $r = 1,2....c$. $= u_r(t)\,dt$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + \dots\dots\dots u_c(t)$$

$u_r(t), r = 1,2....c$ تعبر عن معدل وقوع الحدث المناظر للقوة r عند نقطة الزمن t.

وسوف نفترض ثبات تأثير القوى محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) .

تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات التى تظهر بالحالة محل التحليل عند بداية الفترة الزمنية (x,x+n)

1- $_{n}P_{x}$ = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n)

$$_{n}P_{x} = e^{-nu(x)}$$

chiang (1968)

2- $_{n}q_{x}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) .

$$_{n}q_{x} = 1 - {}_{n}P_{x}$$

3- $_{n}Q_{x}^{r}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r =1,2.....c .

$$_{n}Q_{x}^{r} = \int_{x}^{x+n} e^{-(t-x)u(x)}\, u_{r}(x)\, dt$$

$$_{n}Q_{x}^{r} = \frac{u_{r}(x)}{u(x)}\,(1 - {}_{n}P_{x})$$

chiang (1968)

4- $_{n}q_{x}^{r}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير القوة r فقط من بين القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r =1,2....c.

$$_{n}q_{x}^{r} = \int_{x}^{x+n} e^{-(t-x)u_{r}(x)}\, u_{r}(x)\, dt$$

$$_{n}q_{x}^{r} = 1 - \left[{}_{n}P_{x}^{\left({}_{n}Q_{x}^{r}/{}_{n}q_{x}\right)}\right]$$

chiang (1968)

5- $_{n}Q_{x}^{r.v}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل بإستثناء القوة v ، التى يتم حذف تأثيرها من بين القوى محل الدراسة ، $r = 1,2 \ldots c$, $r \neq v$.

$$_{n}Q_{x}^{r.v} = \int_{x}^{x+n} e^{-(t-x)(u(x) - u_{v}(x))} u_{r}(x)\, dt$$

$$_{n}Q_{x}^{r.v} = \frac{_{n}Q_{x}^{r}}{\left[_{n}q_{x} - {}_{n}Q_{x}^{v}\right]} \left[1 - {}_{n}P_{x}^{\left(_{n}q_{x} - {}_{n}Q_{x}^{v}\right)/_{n}q_{x}}\right]$$

chiang (1968)

تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات الملتحقات بالحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n)

1- $_{n}P_{x}^{i}$ = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية .

تعرف $_{n}P_{x}^{i}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) كالاتى :-

$$_{n}P_{x}^{i} = \int_{x}^{x+n} e^{-(x+n-h)u(x)}\, dh / n .$$

$$_{n}P_{x}^{i} = \frac{1 - e^{-n\,u(x)}}{n\,u(x)} = {}_{n}P_{x}^{1/2}$$

وإذا تمت تجزئة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الإلتحاق بالحالة ، يمكن تعريف ${}_nP_x^i$ في ظل تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للملتحقات بالحالة محل الدراسة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :-

$$ {}_nP_x^i = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{\;n}P_x^i $$

${}^{x+k}_{\;n}P_x^i$ = إحتمال الإستمرار فىالظهور بالحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بين الملتحقات بهذه الحالة خلال (x+k,x+k+1) .

$$ {}^{x+k}_{\;n}P_x^i = \int_{x+k}^{x+k+1} e^{-(x+n-(x+k+1))\,u(x)} \cdot e^{-(x+k+1-h)\,u(x)}\,dh. $$

$$ {}^{x+k}_{\;n}P_x^i = \frac{e^{-(n-k-1)\,u(x)}}{u(x)} \left[1-e^{-u(x)}\right] $$

$$ {}_nP_x^i = \frac{1}{n\,u(x)} \left[1-e^{-n\,u(x)}\right] = {}_nP_x^{1/2} $$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_nP_x^i$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) .

وكما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتمالين ${}_nP_x^i$ ، P_x^i ، فكلاهما يعرف بإستخدام نفس الصيغة ، وبدلالة إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال فترة الزمن محل الدراسة .

2- ${}_nq_x^i$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية.

$$ {}_nq_x^i = 1 - {}_nP_x^{1/2} $$

3- ${}_{n}Q_{x}^{ir}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل r = 1,2...c.

تعرف ${}_{n}Q_{x}^{ir}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) كالآتى :-

$$ {}_{n}Q_{x}^{ir} = \int_{x}^{x+n} \int_{h}^{x+n} e^{-(t-h)\,u(x)}\, u_{r}(x)\, dt\, dh / n . $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{ir} = \frac{{}_{n}Q_{x}^{r}}{\left[1 + {}_{n}P_{x}^{1/2}\right]} $$

وإذا تمت تجزئة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الإلتحاق بهذه الحالة ، يمكن تعريف الإحتمال ${}_{n}Q_{x}^{ir}$ من خلال تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للملتحقات بالحالة محل الدراسة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :-

$$ {}_{n}Q_{x}^{ir} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{n}Q_{x}^{ir} $$

${}^{x+k}_{n}Q_{x}^{ir}$ = الإحتمال الخام للخروج من الحالة محل التحليل بسبب الإصابة بالقوة r ، بين الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال (x+k,x+k+1).

$$ {}^{x+k}_{n}Q_{x}^{ir} = \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{h}^{x+k+1} e^{-(t-h)\,u(x)}\, u_{r}(x)\, dt\, dh $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+k+1}^{x+k+2} e^{-(x+k+1-h)\,u(x)} \,.\, e^{-(t-(x+k+1))\,u(x)}\, u_{r}(x)\, dt\, dh $$

+....... +....... +.......

$$+ \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+n-1}^{x+n} e^{-(x+k+1-h)\,u(x)} \cdot e^{-(x+n-1-(x+k+1))\,u(x)}$$

$$\cdot\, e^{-(t-(x+n-1))\,u(x)}\, u_r(x)\, dt\, dh\,.$$

$$ {}^{x+k}_{\ \ n}Q_x^{ir} = \frac{u_r(x)}{u(x)} \left[1 - \frac{e^{-(n-k-1)\,u(x)}}{u(x)} \left(1 - e^{-u(x)}\right) \right] $$

$$ {}_nQ_x^{ir} = \frac{{}_nQ_x^{r}}{\left[1 + {}_nP_x^{1/2}\right]} $$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_nQ_x^{ir}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n).

وكما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتمالين ${}_nQ_x^{ir}$ و Q_x^{ir} ، فكلاهما يعرف باستخدام نفس الصيغة وبدلالة نفس الإحتمالات التى تقيس إمكانية وقوع الأحداث المختلفة خلال فترة الزمن محل الدراسة .

4- ${}_nq_x^{ir}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير القوة r فقط من بين القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r= 1,2....c .

يعرف الإحتمال ${}_nq_x^{ir}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) كالآتى :-

$$ {}_nq_x^{ir} = \int_{x}^{x+n} \int_{h}^{x+n} e^{-(t-h)\,u_r(x)}\, u_r(x)\, dt\;\; dh / n\,. $$

$$ {}_nq_x^{ir} = 1 - \left[{}_nP_x^{\left({}_nQ_x^{r}/{}_nq_x\right)} \right]^{1/2} $$

وإذا تمت تجزئة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الإلتحاق بهذه الحالة ، يمكن تعريف ${}_{n}q_{x}^{ir}$ باستخدام قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للملتحقات بالحالة محل الدراسة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :-

$$ {}_{n}q_{x}^{ir} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{ir} $$

${}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{ir}$ = الإحتمال الصافى للخروج من الحالة محل التحليل تحت تأثير القوة r ، خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بين الملتحقات بهذه الحالة خلال (x+k,x+k+1) .

$$ {}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{ir} = \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{h}^{x+k+1} e^{-(t-h)\,u_r(x)} \;\; u_r(x)\, dt\, dh $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+k+1}^{x+k+2} e^{-(x+k+1-h)\,u_r(x)} \,.\, e^{-(t-(x+k+1))\,u_r(x)} \;\; u_r(x)\, dt\, dh $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+k+2}^{x+k+3} e^{-(x+k+1-h)\,u_r(x)} \,.\, e^{-u_r(x)} \;\; e^{-(t-(x+k+2))\,u_r(x)} u_r(x)\, dt\, dh $$

$$ +\ldots\ldots \qquad +\ldots\ldots\ldots \qquad +\ldots\ldots\ldots $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+n-1}^{x+n} e^{-(x+k+1-h)\,u_r(x)} \;.\; e^{-(x+n-1-(x+k+1))\,u_r(x)} $$

$$.\, e^{-(t-(x+n-1))\,u_r(x)} \, u_r(x) \;\; dt\, dh \,. $$

$$ {}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{ir} = \left[1 - \frac{e^{-(n-k-1)\,u_r(x)}}{u_r(x)} \;\; \left(1 - e^{-u_r(x)} \right) \right] $$

$$ {}_nq_x^{ir} = \left[1 - \frac{1}{nu_r(x)} \left(1 - e^{-nu_r(x)}\right) \right] $$

$$ {}_nq_x^{ir} = \left[1 - \left[{}_np_x^{\left({}_nQ_x^r / {}_nq_x\right)} \right]^{\frac{1}{2}} \right] $$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_nq_x^{ir}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الالتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$.

وكما يتضح يتطابق تعريف الإحتماليين q_x^{ir} و ${}_nq_x^{ir}$ فكلاهما يعرف باستخدام نفس الصيغة وبدلالة نفس الإحتمالات التى تقيس إمكانية وقوع الأحداث المختلفة خلال فترة الزمن محل الدراسة .

5- ${}_nQ_x^{ir.v}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ لحظة الإلتحاق بهذه الحالة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ وحتى نهاية هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل بإستثناء القوة v ، التى يتم حذف تأثيرها من بين القوى محل الدراسة $r = 1,2....c$ ، $r \neq v$.

يمكن تعريف الإحتمال ${}_nQ_x^{ir.v}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال فترة الزمن $(x,x+n)$ كالآتى :

$$ {}_nQ_x^{ir.v} = \int_x^{x+n} \int_h^{x+n} e^{-(t-h)\left(u(x) - u_v(x)\right)} \, u_r(x) \, dt \, dh / n . $$

$$ {}_nQ_x^{ir.v} = \frac{{}_nQ_x^{r.v}}{\left[1 + \left[{}_nP_x^{\left({}_nq_x - {}_nQ_x^v\right) / {}_nq_x} \right]^{\frac{1}{2}} \right]} $$

وإذا تمت تجزئة الملتحقات بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الإلتحاق بهذه الحالة ، يمكن تعريف الإحتمال ${}_nQ_x^{ir}$ من خلال تطبيق

قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للملتحقات بالحالة محل الدراسة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :-

$$ {}_{n}Q_{x}^{ir.v} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{ir.v} $$

$ {}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{ir.v} = $ الإحتمال الخام للخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترةالزمنية (x,x+n) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، بعد حذف تأثير القوة v على الحالة محل الدراسة ، بين الملتحقات بالحالة خلال (x+k,x+k+1) .

$$ {}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{ir.v} = \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{h}^{x+k+1} e^{-(t-h)\,(u(X) - u_{v}(x))}\, u_{r}(x)\, dt\, dh $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+k+1}^{x+k+2} e^{-(x+k+1-h)\,(u(x) - u_{v}(x))} \,.\, e^{-(t-(x+k+1))\,(u(x)-u_{v}(x))}\, u_{r}(x)\, dt\, dh $$

$$ + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+n-1}^{x+n} e^{-(x+k+1-h)\,(u(x) - u_{v}(x))} \,.\, e^{-(x+n-1-(x+k+1))\,(u(x) - u_{v(x)})} $$

$$.\, e^{-(t-(x+n-1))\,(u(x) - u_{v}(x))}\, u_{r}(x)\, dt\, dh\, . $$

$$ {}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{ir.v} = \frac{u_{r}(x)}{(u(x) - u_{v}(x))} \left[1 - \frac{e^{-(n-k-1)\,(u(x) - u_{v}(x))}}{(u(x) - u_{v}(x))} \left(1 - e^{-(u(x) - u_{v}(x))}\right) \right] $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{ir.v} = \frac{u_{r}(x)}{(u(x) - u_{v}(x))} \left[1 - \frac{(1 - e^{-n\,(u(x) - u_{v}(x))})}{n\,(u(x) - u_{v}(x))} \right] $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{ir.v} = \frac{{}_{n}Q_{x}^{r.v}}{\left[1 + \left[{}_{n}P_{x}\left({}_{n}q_{x} - {}_{n}Q_{x}^{v}\right) / {}_{n}q_{x}\right]^{1/2}\right]} $$

ويؤكد تطابق التعريفين للإحتمال ${}_{n}Q_{x}^{ir.v}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$.

وكما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتمالين ${}_{n}Q_{x}^{ir.v}$ و $Q_{x}^{ir.v}$ فكلاهما يعرف بإستخدام نفس الصيغة وبدلالة نفس الإحتمالات التى تقيس إمكانية وقوع الأحداث المختلفة خلال فترة الزمن محل الدراسة .

تعريف المعلمات التى تصف حركة المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$

1- ${}_{n}P_{x}^{w}$ = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية $(x,x+n)$ وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية .

تعرف ${}_{n}P_{x}^{w}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ كالآتى :

$$ {}_{n}P_{x}^{w} = \int_{x}^{x+n} e^{-(h-x)\,u(x)}\, dh / n. $$

$$ {}_{n}P_{x}^{w} = \frac{1 - e^{-nu(x)}}{n\,u(x)} = {}_{n}P_{x}^{1/2} $$

وإذا تمت تجزئة الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية $(x,x+n)$ وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الخروج عن الملاحظة ، يمكن تعريف ${}_{n}P_{x}^{w}$ من خلال تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للخارجات عن الملاحظة بين الـ n وحدة زمنية كالأتى :-

$$ {}_{n}P_{x}^{w} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{n}P_{x}^{w} $$

${}^{x+k}_{n}P_{x}^{w}$ = إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) بين الخارجات عن الملاحظة خلال (x+k,x+k+1).

$$ {}^{x+k}_{n}P_{x}^{w} = \int_{x+k}^{x+k+1} e^{-(x+k-x)\,u(x)} \,.\, e^{-(h-(x+k))\,u(x)}\, dh \,. $$

$$ {}^{x+k}_{n}P_{x}^{w} = \frac{e^{-k\,u(x)}}{u(x)} \left(1 - e^{-u(x)}\right) $$

$$ {}_{n}P_{x}^{w} = \frac{\left(1 - e^{-n\,u(x)}\right)}{n\,u(x)} = {}_{n}P_{x}^{1/2} $$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_{n}P_{x}^{w}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n).

وكما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتمالين ${}_{n}P_{x}^{w}$ و P_{x}^{w} ، فكلاهما يعرف بإستخدام نفس الصيغة وبدلالة إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال فترة الزمن محل الدراسة .

2- ${}_{n}q_{x}^{w}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية .

$$ {}_{n}q_{x}^{w} = 1 - {}_{n}P_{x}^{1/2} $$

3- ${}_{n}Q_{x}^{wr}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r = 1,2...c.

وتعرف ${}_{n}Q_{x}^{wr}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) كالآتى :-

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr} = \int_{x}^{x+n} \int_{x}^{h} e^{-(t-x)\,u(x)}\, u_r(x)\, dt\ \ dh / n \, . $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr} = \frac{u_r(x)}{u(x)} \left(1 - {}_{n}P_{x}^{1/2}\right) $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr} = \frac{{}_{n}Q_{x}^{r}}{\left[1 + {}_{n}P_{x}^{1/2}\right]} $$

وإذا تمت تجزئة الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الخروج عن الملاحظة ، يمكن تعريف ${}_{n}Q_{x}^{wr}$ من خلال تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للخارجات عن الملاحظة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :-

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{wr} $$

${}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{wr}$ = الإحتمال الخام للخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، بين الخارجات عن الملاحظة خلال (x+k, x+k+1).

$$ {}^{x+k}_{\ \ n}Q_{x}^{wr} = \int_{x}^{x+1} e^{-(t-x)\,u(x)}\, u_r(x)\ dt $$

$$ + \int_{x+1}^{x+2} e^{-u(x)}\ e^{-(t-(x+1))\,u(x)}\, u_r(x)\ dt $$

+........... +................ +.................

$$+\int_{x+k}^{x+k+1}\int_{x+k}^{h} e^{-(x+k-x)\,u(x)}\, e^{-(t-(x+k))\,u(x)}\, u_r(x)\; dt\, dh\ .$$

$$^{x+k}{}_{n}Q_x^{wr} = \frac{u_r(x)}{u(x)}\left[1-\frac{e^{-k\,u(x)}}{u(x)}\left(1-e^{-u(x)}\right)\right]$$

$${}_{n}Q_x^{wr} = \frac{u_r(x)}{u(x)}\left[1-\frac{1}{n\,u(x)}\left(1-e^{-n\,u(x)}\right)\right]$$

$${}_{n}Q_x^{wr} = \frac{{}_{n}Q_x^{r}}{\left[1+{}_{n}P_x^{1/2}\right]}$$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_{n}Q_x^{wr}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) .

وكما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتمالين ${}_{n}Q_x^{wr}$ و Q_x^{wr} ، فكلاهما يعرف بإستخدام نفس الصيغة وبدلالة نفس الاحتمالات التى تقيس إمكانية وقوع الأحداث المختلفة خلال فترة الزمن محل الدراسة .

4- ${}_{n}q_x^{wr}$ = إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير القوة r فقط من بين القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل ، r=1,2...c.

تعرف ${}_{n}q_x^{wr}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) كالآتى :-

$$ {}_{n}q_{x}^{wr} = \int_{x}^{x+n} \int_{x}^{h} e^{-(t-x)u_r(x)}\, u_r(x)\, dt \;\; dh / n \, . $$

$$ {}_{n}q_{x}^{wr} = 1 - \left[{}_{n}P_{x}^{\left({}_{n}Q_{x}^{r} / {}_{n}q_{x}' \right)} \right]^{1/2} $$

وإذا تمت تجزئة الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الخروج عن الملاحظة ، يمكن تعريف الإحتمال ${}_{n}q_{x}^{wr}$ من خلال تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للخارجات عن الملاحظة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :

$$ {}_{n}q_{x}^{wr} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{wr} $$

${}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{wr}$ = الإحتمال الصافى للخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، تحت تأثير القوة r ، بين الخارجات عن الملاحظة خلال (x+k,x+k+1).

$$ {}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{wr} = \int_{x}^{x+1} e^{-(t-x)u_r(x)}\, u_r(x)\, dt $$

$$ + \int_{x+1}^{x+2} e^{-u_r(x)}\, e^{-(t-(x+1))\, u_r(x)}\, u_r(x)\, dt $$

+............... +............. +............

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+k}^{h} e^{-(x+k-x)u_r(x)}\, e^{-(t-(x+k))u_r(x)}\, u_r(x)\;\; dt \;\; dh \, . $$

$$ {}^{x+k}_{\;\;n}q_{x}^{wr} = \left[1 - \frac{e^{-k u_r(x)}}{u_r(x)} \left(1 - e^{-u_r(x)}\right) \right] $$

$$ {}_{n}q_{x}^{wr} = \left[1 - \frac{1}{n\,u_{r}(x)}\left(1 - e^{-n\,u_{r}(x)}\right)\right] $$

$$ {}_{n}q_{x}^{wr} = 1 - \left[{}_{n}P_{x}^{\left({}_{n}Q_{x}^{r} / {}_{n}q_{x}\right)}\right]^{1/2} $$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_{n}q_{x}^{wr}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) .

وكما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتمالين ${}_{n}q_{x}^{wr}$ و q_{x}^{wr} ، فكلاهما يعرف بإستخدام نفس الصيغة وبدلالة نفس الإحتمالات التى تقيس إمكانية وقوع الأحداث المختلفة خلال فترة الزمن محل الدراسة .

5- ${}_{n}Q_{x}^{wr.v}$ = **إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل منذ بداية الفترة الزمنية (x,x+n) وحتى لحظة الخروج عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية ، بسبب الإصابة بالقوة r ، في ظل تأثير جميع القوى محل الدراسة على الحالة محل التحليل بإستثناء القوة v ، التى يتم حذف تأثيرها من بين القوى محل الدراسة ، r = 1,2...c ، $r \neq v$.**

يعرف الإحتمال ${}_{n}Q_{x}^{wr.v}$ في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الخروج عن الملاحظة خلال **الفترة الزمنية (x,x+n) كالآتى :-**

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr.v} = \int_{x}^{x+n}\int_{x}^{h} e^{-(t-x)(u(x) - u_{v}(x))}\, u_{r}(x)\, dt\, dh / n. $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr.v} = \frac{u_{r}(x)}{(u(x) - u_{v}(x))}\left[1 - \left[{}_{n}P_{x}^{\left({}_{n}q_{x} - {}_{n}Q_{x}^{v}\right) / {}_{n}q_{x}}\right]^{1/2}\right] $$

$$ {}_{n}Q_{x}^{wr.v} = \frac{{}_{n}Q_{x}^{r.v}}{\left[1 + \left[{}_{n}P_{x}^{\left({}_{n}q_{x} - {}_{n}Q_{x}^{v}\right) / {}_{n}q_{x}}\right]^{1/2}\right]} $$

وإذا تمت تجزئة الخارجات عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n) وفقاً للوحدة الزمنية التى يتم خلالها الخروج عن الملاحظة ، يمكن تعريف الإحتمال ${}_nQ_x^{wr.v}$ من خلال تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى وفى ظل إفتراض توزيع متساوى للخارجات عن الملاحظة بين الـ n وحدة زمنية كالآتى :-

$$ {}_nQ_x^{wr.v} = \frac{1}{n} \sum_{k=o}^{n-1} {}^{x+k}_{\;\;n}Q_x^{wr.v} $$

${}^{x+k}_{\;\;n}Q_x^{wr.v}$ = الإحتمال الخام للخروج من الحالة محل التحليل خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، بسبب الإصابة بالقوة r ، بعد حذف تأثير القوة v على الحالة محل الدراسة ، بين الخارجات عن الملاحظة من الحالة خلال (x+k, x+k+1) .

$$ {}^{x+k}_{\;\;n}Q_x^{wr.v} = \int_x^{x+1} e^{-(t-x)(u(x)-u_v(x))}\, u_r(x)\, dt $$

$$ + \int_{x+1}^{x+2} e^{-(u(x)-u_v(x))}\, e^{-(t-(x+1))(u(x)-u_v(x))}\, u_r(x)\, dt $$

$$ + \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots $$

$$ + \int_{x+k}^{x+k+1} \int_{x+k}^{h} e^{-(x+k-x)(u(x)-U_v(x))}\, e^{-(t-(x+k))(u(x)-U_v(x))}\, u_r(x)\, dt\, dh \, . $$

$$ {}^{x+k}_{\;\;n}Q_x^{wr.v} = \frac{u_r(x)}{(u(x)-u_v(x))} \left[1 - \frac{e^{-k(u(x)-U_v(x))}}{(u(x)-u_v(x))} \left(1 - e^{-(u(x)-u_v(x))} \right) \right] $$

$$ {}_nQ_x^{wr.v} = \frac{u_r(x)}{(u(x)-u_v(x))} \left[1 - \frac{1}{n(u(x)-u_v(x))} \left(1 - e^{-n(u(x)-u_v(x))} \right) \right] $$

$$ {}_nQ_x^{wr.v} = \frac{{}_nQ_x^{r.v}}{\left[1 + \left[{}_nP_x \left({}_nq_x - {}_nQ_x^{v} \right) \big/ {}_nq_x \right]^{1/2} \right]} $$

ويؤكد تطابق التعريفين لـ ${}_{n}Q_{x}^{wr.v}$ صحة التفسير المقدم والأسلوب المقترح لعلاج زمن الخروج عن الملاحظة خلال الفترة الزمنية (x,x+n). و كما يتضح أيضاً يتطابق تعريف الإحتماليين ${}_{n}Q_{x}^{wr.v}$ و $Q_{x}^{wr.v}$ ، فكلاهما يعرف باستخدام نفس الصيغة وبدلالة نفس الإحتمالات التى تقيس إمكانية وقوع الأحداث المختلفة خلال فترة الزمن محل الدراسة.

د- الإتجاهات المختلفة لتطوير إمكانيات تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية .

في الواقع ، كما سبق وأشرنا يمكن تطوير شروط تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية ويمكن تطوير الغرض من تطبيقه .

فكما يتضح من التحليل السابق ، يستلزم تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية تعريف توزيع إحتمالى معين لزمن الإلتحاق بالحالة محل التحليل ، إذا كانت جداول الحياة محل الدراسة هى جداول حياة للتزايد والتناقص . وإذا كانت البيانات المتوفرة لبناء جداول الحياة بيانات فوجية غير كاملة يستلزم تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر أيضاً تعريف توزيع إحتمالى معين لزمن الخروج عن الملاحظة ، وذلك سواء كانت الفترات الزمنية التى تقسم إليها المدة الزمنية المشاهدة متساوية الطول أو يختلف طولها عن بعضها البعض.

فيمكن في ضوء التحليل السابق ، إستخدام أسلوب الإمكان الإكبر في بناء جداول حياة فوجية تتضمن فترات زمنية يختلف طولها عن الوحدة في ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الإلتحاق بالحالة محل التحليل ولزمن الخروج عن الملاحظة ، باستخدام نفس صيغ التقديرات و التباينات والتغايرات التى توصل إليها chiang (1968) ووجيه (١٩٨٩)، الخاصة بتطبيق أسلوب الإمكان الأكبر عندما يكون طول الفترة الزمنية محل التحليل مساوياً للوحدة ؛ فقط يتم إستبدال الإحتمالات التى تصف حركة المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية (x,x+1) بالإحتمالات التى تصف حركة هذه المفردات خلال الفترة الزمنية (x,x+n) ، حيث نفترض ثبات تأثير القوى محل الدراسة خلال الفترة الزمنية (x,x+n).

أما إذا كان لزمن الخروج عن الملاحظة أو لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة نمط مختلف عن التوزيع المنتظم ، فيمكن في ضوء التحليل السابق تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية في ظل التوزيع الإحتمالى المقترح لكل متغير منهما.

ويمكن أن يستخدم أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية التى تصف تأثير القوى محل الدراسة ، فلا يقتصر الغرض من تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر على مجرد تقدير المعلمات التى تصف حركة[(١)،(٢)] مجموعة من المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية محل التحليل ، وبناء جداول الحياة التى تصف سلوك هذه المفردات تحت تأثير القوى محل الدراسة.

فإذا تم تعريف التجربة محل الدراسة خلال كل فترة من الفترات الزمنية التى تقسم إليها المدة الزمنية المشاهدة ، حيث تتعرض للخروج من الحالة محل التحليل خلال كل فترة زمنية مجموعات مختلفة من المفردات : مجموعة المفردات المشاهدة بالحالة محل التحليل عند بداية كل فترة زمنية ، ومجموعة المفردات الملتحقات بالحالة محل التحليل خلال هذه الفترة الزمنية ، ومجموعة المفردات الخارجات عن الملاحظة خلال هذه الفترة الزمنية وذلك وفقاً لنوع جدول الحياة الذى يتم بناؤه ، يمكن تعريف عناصر فراغ المعاينة بدلالة هذه المجموعات من المفردات التى تتميز بأنه ليس لها فرص متساوية للخروج من الحالة محل التحليل: ففى ظل إفتراض توزيع منتظم لزمن الخروج عن الملاحظة ولزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة ، تتعرض المفردات الملتحقات بالحالة محل التحليل والمفردات الخارجات عن الملاحظة للقوى محل الدراسة في المتوسط خلال نصف الفترة الزمنية محل التحليل ، بينما تتعرض المفردات التى تظهر بالحالة محل التحليل عند بداية كل فترة زمنية الغير خارجات عن الملاحظة للقوى محل الدراسة خلال كل الفترة الزمنية . ويتم تعريف إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل، الذى يعكس تاثير جميع القوى محل الدراسة ، أو الذى يعكس تاثير أحد القوى محل الدراسة (الصافى أو الخام) ، أو الذى يعكس تأثير أحد القوى محل الدراسة بعد حذف تأثير قوة أخرى أو أكثر ، في ضوء مفهوم التجربة وعناصر فراغ المعاينة وخصائصها ، وقاعدة الإحتمال الكلى بدلالة المجموع المرجح للإحتمالات[(٣)] المناظرة بين مجموعات المفردات التى يتضمنها فراغ المعاينة ، حيث يرجح إحتمال الخروج من الحالة محل التحليل (الجزئى أو الخام أو الصافى أو الكلى) بين مفردات مجموعة معينة بدلالة إحتمال ظهور مفردة تنتمى

---

(١) - Chiang (1968)

(٢) -وجيه (١٩٨٩)

(٣) -لقد سبق تعريف هذه الأنواع المختلفة من الإحتمالات بين المجموعات المختلفة من المفردات بالجزئين أ، ب

لهذه المجموعة ، الذى يتم حسابه بعد علاج الإختلاف[١] بين عناصر فراغ المعاينة من حيث فرصة تعرضها للخروج من الحالة محل التحليل .

ويمكن الحصول على تباينات وتغايرات هذه الإحتمالات بإستخدام مفكوك تايلور[٢] إذا كان الإحتمال محل الدراسة يأخذ شكل دالة غير خطية في المعلمات التى تصف حركة المفردات المشاهدة بالفترة الزمنية محل التحليل ، أما إذا كان الإحتمال يأخذ شكل دالة خطية في هذه المعلمات فنكتفى بإستخدام صيغ تباينات وتغايرات الدوال الخطية في عدد من المتغيرات.

يلاحظ أن بناء جداول الحياة الفوجية المتناقصة التى تدرس فقط تأثير القوى التى تؤدى لتناقص مفردات الحالة محل التحليل ، بإستخدام أسلوب الإمكان الأكبر في ظل توفر بيانات فوجية كاملة ، لا يستلزم وضع فروض معينة حتى إذا إختلفت أطوال الفترات الزمنية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة عن بعضها البعض.

هـ- أثر طول الفترة الزمنية محل التحليل على تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية خلال هذه الفترة الزمنية.

تعتمد تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية خلال فترة زمنية معينة على التقريب التالى لإحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل بين الملتحقات بهذه الحالة أو بين الخارجات عن الملاحظة منها خلال هذه الفترة الزمنية.

$$\frac{1-{}_nP_x}{-\ell n\ {}_nP_x} = \frac{1-e^{-n\,u(X)}}{n\,u(x)} \doteq {}_nP_x^{1/2}$$

فيستخدم هذا التقريب عند تعريف الإحتمالات الخام والإحتمالات الصافية والإحتمالات الجزئية الخام للخروج من الحالة محل التحليل .

لقد أشار chiang (1968) لدقة هذا التقريب على اساس أن القيم المتوقعة لإحتمالات الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال فترة زمنية طولها الوحدة تكون مرتفعة ، إلا أن هذا التقريب ، كما أعتقد ، يمثل مشكلة كلما إزداد طول الفترة الزمنية محل التحليل ؛ فتنخفض دقة هذا التقريب كلما إنخفضت قيمة إحتمال الإستمرار في الظهور بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية محل التحليل :

---

(١) - وجيه (١٩٩٦)

(٢) - Chiang (1968) , sheps & Menken (1973)

فإذا كانت $.30 > {}_nP_x$ تظهر فروق مقبولة بين الطرفين ، وإذا كانت $.60 > {}_nP_x > .30$ يتطابق الطرفان لأقرب رقم عشرى واحد ، وإذا كانت $.90 > {}_nP_x > .60$ يتطابق الطرفان لأقرب رقمين عشريين ، أما إذا كانت $.90 < {}_nP_x$ يتطابق الطرفان تطابقاً كاملاً .

فإذا أخذنا في الإعتبار أن المعلمات التى تصف حركة المفردات خلال الفترات الزمنية المتتالية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة ، تفيد في بناء جداول الحياة المتناقصة وجداول الحياة للتزايد والتناقص عندما تتعدد القوى محل الدراسة :

فبإستخدام المعلمات ${}_nP_x$, ${}_nP_x^i$, ${}_nP_x^w$ و ${}_nQ_x^r$ و ${}_nQ_x^{ir}$ و ${}_nQ_x^{wr}$ يمكن بناء جدول حياة يصف تأثير جميع القوى محل الدراسة ، ويتم تقدير هذه المعلمات من خلال تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر.

وبإستخدام تقديرات هذه المعلمات يمكن تقدير المعلمات ${}_nq_x^r$ و ${}_nq_x^{ir}$ و ${}_nq_x^{wr}$ ، فتفيد هذه المعلمات في بناء جداول حياة متناقصة تصف التأثير الصافى لكل قوة من القوى محل الدراسة على حدى ، ويتم تقديرها عن طريق التعويض في العلاقات التى تربط بين مجموعات المعلمات محل التحليل . كذلك يمكن أن تستخدم تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر للإحتمالات الخام للخروج من الحالة محل التحليل للأسباب المختلفة وتقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لإحتمالات الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال فترة زمنية معينة في تقدير المعلمات ${}_nQ_x^{r.v}$, ${}_nQ_x^{ir.v}$, ${}_nQ_x^{wr.v}$ المشاهدة خلال هذه الفترة الزمنية ، فتفيد هذه المعلمات في بناء جداول حياة تصف تأثير بعض القوى محل الدراسة بعد إستبعاد تأثير البعض الأخر منها ، ويتم تقديرها أيضاً بالتعويض في العلاقات التى تربط بين مجموعات المعلمات محل التحليل ، يمكن أن نلاحظ أن رفع مستوى دقة نتائج تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية يستلزم إستخدام التقريب المشار اليه في المرحلة الأولى فقط للتطبيق ، فهو يفيد في تبسيط حل المعادلات التى تشتق منها تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر للمعلمات . ولكن لا نحتاج لتطبيق هذا التعريف في المراجل التالية ؛ فيمكن أن تحل العلاقة $\dfrac{1-{}_nP_x}{-\ell n\ {}_nP_x}$ محل ${}_nP_x^{1/2}$ دون أن يسبب ذلك أية تعقيدات في الحسابات .

وأعتقد في الواقع ، ضرورة مراعاة عدم إستخدام تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية ، إذا كنا نتوقع قيمة لإحتمالات الإستمرار في الظهور بالحالة محل التحليل خلال الفترات الزمنية محل الدراسة ، اقل من .30

ولكن تعتمد أيضاً كفاءة نتائج تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية على مدى صحة الفرض القائل بثبات تأثير القوى محل الدراسة خلال الفترات الزمنية

التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة ، فيقوم التحليل النظرى على أساس صحة هذا الإفتراض.

وأعتقد في ضوء هذا القيد ، أيضاً ضرورة عدم إستخدام تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية ، إذا كنا نتوقع عدم ثبات تأثير القوى محل الدراسة خلال الفترات الزمنية محل التحليل ، فبصفة عامة كلما إزداد طول الفترة الزمنية محل التحليل كلما تأكدت عدم صحة هذا الفرض وذلك مهما كانت طبيعة القوى محل الدراسة.

ويمكن في الواقع علاج المشاكل الخاصة بطول الفترة الزمنية محل التحليل بطريقة مختلفة ، فيمكن تجزئة الفترة الزمنية محل المناقشة إلى فترتين أو أكثر تحقق كل منها الفروض السابق الإشارة اليها ، بحيث يتم تلخيص النتائج على مستوى الفترة الزمنية الأصلية بإستخدام النتائج التى تم التوصل اليها على مستوى الفترات الزمنية التى تمت تجزئتها اليها.

رابعاً : الخلاصة

تستخدم طريقتين لتقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية ، ويهتم البحث بتطوير طريقة تطبيق هذين الأسلوبين للتقدير.

لقد إستخدم التعريف العام للإحتمال في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية التى تدرس تأثير عدد من القوى في مجتمع معين وإستخدم أسلوب الإمكان الأكبر في التقدير ؛ فعندما تعددت المفردات المشاهدة خلال الفترات الزمنية المتتالية إحتاج chiang(1968) ووجيه (١٩٨٩) لوصف سلوك مفردات بعض هذه المجموعات تحت تأثير القوى محل الدراسة خلال الزمن من خلال تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر.

وتم بالبحث تعديل الصيغ الناتجة عن تطبيق التعريف العام للإحتمال في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية، فإن كان قد إتضح بتعريف هذه الاحتمالات إهتمام الباحثين بالتمييز بين فترة تعرض كل مجموعة من المفردات للقوى محل الدراسة خلال كل فترة زمنية ، إلا أن هذا التعريف كان يشوبه بعض النقص لعدم التمييز بين الخارجات من الحالة محل التحليل من المجموعات المختلفة للمفردات ، على اساس الفترة الزمنية التى يتوقع ان تقضيها مفردات كل مجموعة منها بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية محل التحليل . يلاحظ أن قواعد تعريف الإحتمالات (١) تفرض ضرورة إجراء التمييز المشار اليه.

(١) - Fruend (1980)

كما ثبتت بالبحث صلاحية استخدام تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية التى توصل اليها chiang (1968) ووجيه (١٩٨٩) في بناء جداول الحياة الفوجية عندما تختلف أطوال الفترات الزمنية محل التحليل عن بعضها البعض، فلقد كان يقتصر تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر على تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية التى تقسم خلالها المدة الزمنية المشاهدة إلى فترات زمنية طولها الوحدة في حالة توفر بيانات فوجية غير كاملة أو في حالة بناء جداول الحياة للتزايد والتناقص، بسبب عدم التعريف الواضح للتوزيع الإحتمالى لزمن الخروج عن الملاحظة أو لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة خلال الفترة الزمنية محل التحليل.

ايضاً لقد إتضحت بالبحث إمكانية تطبيق أسلوب الإمكان الأكبر في بناء جداول الحياة الفوجية التى تصف تأثير القوى محل الدراسة بمجتمع معين ، وإن كان من الضرورى في هذه الحالة المقارنة بين كفاءة تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر وكفاءة التقدير بإستخدام التعريف العام للإحتمال ، ويكون من المناسب إجراء عملية المقارنة بإستخدام مفهوم متوسط مربعات الأخطاء بين التقدير والمعلمة[١] (Mean square error) ، الذى يعرف بدلالة توقع التقدير وتباينة لأن تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر تكون متحيزة .

وفى الواقع يعزى هذا التطوير في تعريف تقديرات مدخلات جداول الحياة الفوجية ، لأسلوب تفسير التعريف النظرى للإحتمال الذى استخدم في تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية واسلوب تفسير المعلمات التى تصف حركة المفردات المشاهدة خلال الفترات الزمنية المتتالية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة ، والتى يعتمد عليها تعريف تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر.

ومما هو جدير بالإشارة اليه ، أنه تم إجراء مسح ببيليوغرافى عن الطرق المختلفة لتقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية خلال الفترة الزمنية (1995 - 1970) بأهم المجلات الديموجرافية[٢] ، ولكن لم يسفر البحث عن أى دراسة تناولت هذا الموضوع بالتحليل ، فقد كان إهتمام الباحثين أكبر ببناء جداول الحياة الحالية (current life tables)

---

(١) – Judge et al (1988)

(٢) – Demography & Population studies.

References

1- Chiang; C.L. 1968 Introduction to stochastic process in biostatistics. John Wiley & sons, Inc.

2- Degroot; M.H. 1986. Probability and statistics. Addison - Wesley publishing company.

3- Fruend ; J.E., Walpole ; R.E. 1980 . Mathematical statistics - third edition. Prentice - Hall international, Inc., London.

4- Judge ; G.G., Hill ; R.C., Griffiths ; W.E., Lütkepohl; H., LEE; t.-c. 1988. Introduction to the theory and practice of Econometrics - second Edition. John Wiley & sons.

5- Sheps ; M.C., menken ; J.A. 1973. Mathematical models of conception and birth . The University of Chicago press, Chicago and London.

6- Suchindran ; C. M. , Namboodiri ; N.K., West ; K. 1979. " Increment - decrement tables for human reproduction'. J. biosoc. sci. vol 11.

المراجع العربية

٧- مها محمد وجيه . ١٩٨٩ . نماذج وتباينات إستمرارية ممارسة تنظيم الأسرة - حالة دراسية لمصر . رسالة مقدمة للحصول على درجة دكتوراه الفلسفة في الإحصاء - كلية الإقتصاد والعلوم السياسية .

٨- مها محمد وجيه . ١٩٩٦ . تعديل مضمون وأسلوب بناء جداول الحياة المركبة . المؤتمر السنوى الثامن للإحصاء والنمذجة الآلية في العلوم الإجتماعية والإنسانية .

معهد الدراسات والبحوث الاحصائية ـ جامعة القاهر
المجلد ٢٩ ـ العدد الثانى ١٩٩٦ من ص ١ :٤٣

عنوان البحث : تفسير طرق تقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية ورفع مستوى كفاءة تطبيق الطرق المختلفة .

ملخص البحث :

لقد إستخدمت طريقتين لتقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية .

فتم تعريف الإحتمالات التى تصف حركة مفردات الفوج محل البحث خلال الفترات الزمنية المتتالية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة في ضوء التعريف العام للإحتمال، كتقديرات لمدخلات جداول الحياة الفوجية التى تدرس تأثير عدد من القوى بمجتمع معين . ولكن طريقة حساب هذه الإحتمالات بجداول الحياة للتزايد والتناقص أو عندما تتوفر بيانات فوجية غير كاملة يشوبها بعض النقص: فلا يميز الأسلوب المستخدم في الحساب بين المفردات الخارجات من الحالة محل التحليل على اساس الفترة الزمنية التى يتوقع أن تقضيها هذه المفردات بالحالة محل التحليل. ولقد تم تعديل تعريف هذه الإحتمالات بإستخدام مفهوم الإحتمال المرتبط بعناصر فراغ المعاينة التى ليس لها فرص متساوية للخروج من الحالة محل التحليل .

وتم تطبيق اسلوب الإمكان الأكبر لتقدير مدخلات جداول الحياة الفوجية ، التى تصف سلوك مجموعة معينة من المفردات من بين المجموعات المختلفة التى تتعرض لتأثير القوى محل الدراسة خلال الفترات الزمنية المتتالية التى تقسم اليها المدة الزمنية المشاهدة ، ولكن كان التطبيق قاصراً :

ففى حالة توفر بيانات فوجية غير كاملة أو بجداول الحياة للتزايد والتناقص ؛ يشترط لصحة التطبيق أن يكون طول الفترة الزمنية محل التحليل مساوياً الوحدة ، وإن كان من الممكن أن يختلف تعريف طول وحدة الزمن محل الدراسة .

ولقد زال في الواقع هذا القصور لما أخذ في الإعتبار التوزيع الإحتمالى لزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة أو لزمن الخروج عن الملاحظة عند تعريف إحتمالات وقوع الأحداث المختلفة التى تتأثر بزمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة أو بزمن الخروج عن الملاحظة .

فإذا كان زمن الخروج عن الملاحظة يتبع التوزيع المنتظم وكان زمن الإلتحاق بالحالة محل الدراسة ايضاً يتبع التوزيع المنتظم ، يمكن إثبات إمكانية إستخدام صيغ تقديرات أسلوب الإمكان الأكبر لمدخلات جداول الحياة الفوجية التى توصل إليها chiang (1968) ووجيه (١٩٨٩) ، في بناء جداول الحياة الفوجية مهما إختلف طول الفترة الزمنية محل التحليل.

ولقد إتضحت أيضاً إمكانية بناء جداول الحياة الفوجية التى تصف تأثير القوى محل الدراسة بالمجتمع ، بإستخدام اسلوب الإمكان الأكبر ، من خلال تطبيق قاعدة الإحتمال الكلى على كل مجموعات المفردات المشاهدة خلال الفترة الزمنية محل التحليل ؛ للربط بين المعلمات التى تصف حركة كل مجموعة منها ، وإن كان من الضرورى في هذه الحالة إجراء مقارنة بين كفاءة الطرق المختلفة في التقدير.