تسويه معدلات الوفاه باستخدام الطرق اللامعلميه

د• محمد توفيق المنصـوري*　　　　د• ابراهيم محمد مرجـان**

ان تحديد اسعار التأمين على الحياه يعتمد بصفه أساسيه على عناصر ثلاثه هى : احتمالات الحياه أو الوفاه ، معدل الفائده الفنى ، التحميلات المختلفه وتشمل المصاريف الاداريه والعموميه والاصدار وهامش ربح••• الخ(١)• ويعبد من أهم أعمال الاكتواريين فى هذا المجال هو التنبؤالسليم بتلك العناصروماسوف يكون عليه الحال فى المستقبل• وقد أعدت دراسات كثيره سواء كانت بحوث علميه أو كتب دراسيه فى كيفيه التنبؤبتلك العناصر ، الا أن عنصرحساباحتمالات الحياه أو الوفاه كان له النصيب الأكبر من اهتمام الاكتواربيين•

فقد أعدت أسس حساب معدلات الوفاه الخام (q_x^o) من واقع بيانات شركات التأمين، وكيفيه الحصول على معدلات الوفاه النهائيه (q_x) وذلك بعد تسويه المعدلات الخام من أي عدم انتظام قد يعتريها وتسمى هذه العمليه بتسويه معدلات الوفاه وقد يستخدم البعض مصطلح تهذيب معدلات الوفاه Graduation of Mortality Rates.

أهميه البحـث:

ان صدق تمثيل معدلات الوفاه النهائيه للبيانات الخام يعتمد بصوره أساسيه على الأسلوب المستخدم فى تسويه هذه المعدلات الخام• وقداستخدمت عده طرق فى هذا المجال حتى تتحقق أهداف عمليه التسويه والتى نذكر أهمها فيمايلى(٢)•

١- تمهيد البيانات وجعلها ملساء Smooth وذلك لتسهيل التعامل معها واستبعاد أي عدم انتظام بهـا•

٢ - الحصول على نتائج أكثر دقه وذلك بافتراض مقبول بأن معدلات الوفاه الملاحظه يمثلها منحنى أملس وذلك لاستبعاد اخطاء العينه والاخطاء الأخـري•

٣- المساعده فى الاستنتاج من البيانات الغير كامله•

---

* أستاذ مساعد - كليه التجاره - جامعتىالقاهره والكويت•

** أستاذ مساعد - كليه الدراسات التجاريه - الكويـت•

٤- تسهيل عمليه مقارنه معدلات الوفـــاه ٠

٥- المساعده فى عمليه التنبـــــؤ٠

كما أن معدلات الوفاه النهائيه تتأثر قيمتها تبعا ل :

١- حجم البيانات الخام المراد تسويتها فكلما كانت البيانات أكثرأدي ذلك الى دقه أكـــبر٠

٢- فئات الأعمار المختلفه من حيث كونها سنويه أو خمسه أو أكثـر٠

٣- الطريقه المستخدمه فى تسويه البيانات ومدي مناسبتها لطبيعــــــه البيانات الخـــام ٠

لذلك نجد أن الاكتواريـين قد أفردوا فى بحوثهم العديد من الطرق المستخدمه فى تسويه البيانات، وذلك كمحاوله للوصول الى أفضل الطرق التى تناســـب طبيعه المعدلات الخام ، نظرا لتأثر المعدلات التى تمت تسويتها بالاسـلوب الذي استخدم فى تلك التســويه ٠

وقد اتفق معظم الكتاب الاكتواريـين على أن طرق تسويه معدلات الوفـــاه يمكن أن تبوب تحت ثلاثه مجموعات رئيسيه هـــى:(٣)

١ - الطريقه البيانيـــه The Graphical Method

ويتم ذلك عن طريق تمهيد منحنى بيانى يمر بين المعدلات الخام بحيـــث أن تقل الانحرافات عن المعدلات الخام بأكبر قدر ممكن٠ وتعتمد هذه الطريقه على كفاءه القائمين بها ويمكن رسم المنحنى الممهد اايدويا أو بمساعدة آليــه ٠

٢ - طرق الفروق المحددة Finite-difference Methods

وتعتمد هذه الطرق على معلومه أساسيه مفادها أن الخطأ المعياري للوسط الحسابى المرجح للخطأ العشوائى لمتغيريـــن مستقلـين أو أكثرأقل من مجمـــوع الخطأ المعياري الفردي للأوزان المقابله ٠ وهذا مايعرف بأسلوب المتوسطات المتحركه والمطبق بكثره فى تحليل السلاسل الزمنيه ٠

٣ - طرق مطابقه أو ملاءمه المنحنيCurve-fitting Methods

وتعتمد هذه الطرق على ايجاد صيغه رياضيه للقيم موضوع الدراسه ، وتحديد ثوابت تلك الصيغ الرياضيه باستخدام القيم الخـــام ٠

وسوف تقتصر المناقشه فى هذا البحث على الاسلوبين الثانى والثالث دون مناقشه الاسلوب الأول والخاص بالطرق البيانيه ، نظرا لاعتماده بدرجه كثيره على مهارة وكفاءه القائمين برسم المنحنى الممهد ٠

ويمكن أن نطلق على الاسلوب الثانى فى تسويه المعدلات الخام والمعنون بـ " طرق الفروق المحدده " بالطرق اللامعلميه فى تسويه معدلات الوفاه الخام ، وذلك لعدم الحاجه الى وضع فرض مسبق على شكل الدالة q_x ولايسعى الى تقدير شكل الداله ولاحساب ثوابتها (معلماتها) ٠

كما يمكن أن نطلق على الأسلوب الثالث فى تسويه المعدلات الخام والخاص بطرق مطابقه أو ملائمة المنحنى بالطرق المعلميه لتسويه معدلات الوفاه نظرا لوضع فرض لشكل داله معدلات الوفاه الخام وبضروره حساب ثوابت تلك الداله ٠

الهدف من البحث :

يهدف هذا البحث الى محاوله اختيار أفضل أسلوب لتسويه معدلات الوفاه الخام المحسوبه من بيانات تتميز بقله حجمها والتى تعد من السمات الخاصه بأسواق التأمين على الحياه الناميه كما هو الحال فى مصر والكويت والبلاد العربيه والافريقيه الأخري وذلك نظرا الى عدم الأقبال على شراء التأمين على الحياه ، وهذا راجع الى أسباب عدة ليس هذا البحث مجالها ٠

وسوف تتم مقارنه نتائج بعض الطرق المعلميه مع نتيجه طريقه Kernel اللامعلميه لتسويه معدلات الوفاه الخام ، لنصل فى النهايه الى أفضل تلك الطرق مناسبه لوضع أسواق التأمين على الحياه الناميه ٠

أسلوب البحث :

لتحقيق الهدف من هذا البحث سوف تتم الدراسه فيه باستخدام أسلوبين :

الاسلوب الأول : الاسلوب النظري ويعتمد على المراجع العلميه المتاحه المنشوره وغير المنشوره فى مجال البحث ٠

الاسلوب الثانى: الاسلوب العملى وذلك بتطبيق الاسس النظريه على مثال عملى لمعدلات وفاه خام ٠

منهج البحـــــث :

سوف تنقسم الدراسه فى هذا البحث الى أربعه مباحث منفصله هـــى:

المبحـث الأول : بعض الطرق المعلميه فى تسويه معدلات الوفاه٠

المبحث الثانى: طريقه Kernel اللامعلميه فى تسويه معدلات الوفاه ٠

المبحث الثالث : مثال تطبيقـــى٠

المبحث الرابع : النتائج والتوصيـــات٠

المبحث الاول
بعض الطرق المعلميه فى تسويه معدلات الوفاه

سوف تقتصر الدراسه فى هذاالمبحث على أكثر الصيغ الرياضيه استخداما فى تسويه معدلات الوفاه وعلى ذلك سنناقش كل من : قانون جومبيـــــتز Gompertz Law ، وقانون ماكيهام Makeham Law ، وطريقه ليدســـتون للتحويل المتطابـــق Lidstone's Transformation ، طريقه استخدام الجداول النمطيه Standard Table فى تسويه معدلات الوفاه ٠

١ـ١ قانون جومبيتز Gompertz Law

لقد افترض جومبـيز معدلات الوفاه اللحظيه (μ_x) أو وطأه الوفاه تخضع للعلاقه (٤) التاليـــــه :

$$\mu_x = B\ c^x$$

حيث أن كل من c, B ثوابت يمكن حسابهما من تكوين معادلتين كمايلـى

بضرب طرفى معادله جومبيتز فى $5P_x$ نحصل على

$$5P_x = 5P_x\ B\ c^x$$

وبأخذ لوغاريتمات الطرفـين

$$\log 5P_x\ \mu_x = \log B + x \log c + \log 5P_x$$

وبايجاد Σ و ΣΣ للمعادله السابقه نحصل على المعادلتين التالتين وبحلهما نحصل على كل مـن c , B .

$$\Sigma \log {}_5P_x \mu_x = n \log B + \log c\,\Sigma x + \Sigma \log {}_5P_x$$

$$\Sigma\Sigma \log {}_5P_x \mu_x = \frac{n(n+1)}{2} \log B + \log c \;\Sigma\Sigma x + \Sigma\Sigma \log {}_5P_x$$

ونصل الى (q_x) معدل الوفاه النهائى كمايلــــــــى

$$q_x = 1 - P_x$$

$$P_x = g^{c^x(c-1)}$$

حيث
$$g = e^{-\frac{B}{\ln c}}$$

١ـ ٢ قانون ماكيهام Makeham Law

يعد قانون ماكيهام هو تطور لقانون جومبيتر حيث يأخذ معدل الوفـــــاه اللحظى العلاقه (٦) :

$$\mu_x = A + Bc^x$$

حيث كل من A , B and c ثوابت

وتحسب c من العلاقه

$$c^5 = \frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}$$

حيث S_3 ، S_2 ، S_1 تحسب من واقع معدل الوفاه اللحظى المحسوب علـــــى أساس البيانات الخام فاذا كانت مركز فئات الأعمار تبدأ من السن $27\frac{1}{2}$ الــى $67\frac{1}{2}$ فان

$$S_1 = \mu_{27\frac{1}{2}} + 3\mu_{32\frac{1}{2}} + 5\mu_{37\frac{1}{2}} + 6\mu_{42\frac{1}{2}} + 5\mu_{47\frac{1}{2}} + 3\mu_{52\frac{1}{2}} + \mu_{57\frac{1}{2}}$$

$$S_2 = \mu_{32\frac{1}{2}} + 3\mu_{37\frac{1}{2}} + 5\mu_{42\frac{1}{2}} + 6\mu_{47\frac{1}{2}} + 5\mu_{52\frac{1}{2}} + 3\mu_{57\frac{1}{2}} + \mu_{62\frac{1}{2}}$$

$$S_3 = \mu_{37\frac{1}{2}} + 3\mu_{42\frac{1}{2}} + 5\mu_{47\frac{1}{2}} + 6\mu_{52\frac{1}{2}} + 5\mu_{57\frac{1}{2}} + 3\mu_{62\frac{1}{2}} + \mu_{67\frac{1}{2}}$$

وتحسب كل من B ، c من المعادلتـــين كمايلــــــى

$$\therefore \quad \mu_x = A + Bc^x$$

بضرب الطرفين فى P_x

$$P_x \mu_x = AP_x + Bc^x P_x$$

بايجاد Σ ، $\Sigma\Sigma$ للمعادلتين نصل الـــى

$$\Sigma P_x \mu_x = A \Sigma P_x + B \Sigma c^x P_x$$

$$\Sigma\Sigma P_x \mu_x = A \Sigma\Sigma P_x + B \Sigma\Sigma c^x P_x$$

بحل المعادلتين نحصل على B ، A

ولكى نحصل على q_x معدلات الوفاه النهائيه

نجد أن $\quad q_x = 1 - P_x$

، تحسب P_x من العلاقـــه

$$P_x = S \cdot g^{c^x (c-1)}$$

حيـــث

$$S = e^{-A}$$

$$g = e^{-\frac{B}{\ln c}}$$

١-٣ اختبارات أوليـــه

يجب أن يتم اختبار أولى على البيانات الخام لمعرفه مدي صلاحيـــه تطبيق أي من قانونى جومبيتر أو ماكيهام على تلك البيانات. ولاجراء ذلك نعتبر الخطوات التاليـــه (٧).

١- نوجد E_x^c حيث $\quad E_x^c = E_x - \frac{1}{2}\theta_x$

٢- نوجد Δ ، Δ^2 لقيم E_x^c

٣- بتطبيق قانون هاردي Hardy's Formula نحصل علـــى $5P_x$

$$5P_x = (E_x^c - \frac{1}{24} \Delta^2)$$

٤ - نوجد Δ ، Δ^2 لقيم θ_x

٥ - بتطبيق قانون هاردي نحصل على $5P_x \mu_x$ حيث

$$5P_x \mu_x = (\theta_x - \frac{1}{24} \Delta^2)$$

٦ - نحصل μ_x كمايلــي

$$\mu_x = \frac{5P_x \mu_x}{5P_x}$$

٧ - اذا كانت قيم μ_x المتتاليه تمثل تقريبا متواليه هندسيه ، ففــي هذه الحالة قانون جومبيتز يمكن استخدامه •

٨ - اذا أوجدنا (Δ) لقيم μ_x وكانت تلك الفروق المتتاليه تمثل تقريبــا متواليه هندسيه ، ففي هذه الحاله يمكن استخدام قانون ماكيهـــام •

٤-١ طريقه ليدستون للتحويل المتطابق Lidstone's Transformation

تعتمد طريقه ليدستون على ايجاد تسويه معدلات الوفاه الخـــام (q_x^o) باستخدام معدلات نمطيه نهائيه (q_x^s)•

وتتلخص هذه الطريقه (٨) فى إيجاد $\log (P_x^s / P_x^o)$ فاذا كانت القيم المتتاليه للنسبه السابقه غير مدرجه فانه يمكن ايجاد المتوسط المتحرك لهـذه النسبه ، الا أنه بالنسبه لحاله البيانات الخام القليله فان تبويبها فـــي فئات عمريه خمسيه أو عشريه يقلل من عدم انتظام أو عدم تدرج قـــــيم $\log (P_x^s / P_x^o)$ حيث P_x^s = معدلات الحياه النمطيه

P_x^o = معدلات الحياه الخـام

وللوصول الى معدلات وفاه نهائيه (q_x) تمت تسويتها باستخدام طريقـــه ليدستون فاننا نعتبره كثيرة الحدود التاليه من الدرجه الثالثه

$$y = \log (P_x^s / P_x) = b_o + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3$$

وبأخذ المقدار (E_x/P_x^s) كمعامل ترجيح ونرمز له بالرمز w فانـــــه باستخدام طريقة المربعات الصغري المرجحه يمكن ايجاد ثوابت كثيره الحدود وبالتالي التنبؤبالمقـــدار

$$\log(P_x^s / P_x)$$

ومن تلك القيم المقدره نحصل على معدلات الوفاه النهائيه (q_x) والتى تمت تسويتها بطريقه ليدســـتون •

وعادة مايستخدم الحاسب الآلى فى حل المعادلات الخاصه بايجادالثوابت وهـــي :

$$\Sigma wy = b_0 \Sigma w + b_1 \Sigma wx + b_2 \Sigma w x^2 + b_3 \Sigma wx^3$$

$$\Sigma wxy = b_0 \Sigma w x + b_1 \Sigma wx^2 + b_2 \Sigma w x^3 + b_3 \Sigma w x^4$$

$$\Sigma wx^2 y = b_0 \Sigma wx^2 + b_1 \Sigma wx^3 + b_2 \Sigma wx^4 + b_3 \Sigma wx^5$$

$$\Sigma wx^3 y = b_0 \Sigma wx^3 + b_1 \Sigma wx^4 + b_2 \Sigma wx^5 + b_3 \Sigma wx^6$$

١-٥ تسويه معدلات الوفاه الخام باستخدام الجداول النمطيه

Graduation by Reference to a Standard Table.

تعتمد هذه الطريقه (٩) على ايجاد علاقه بين معدلات الوفاه النهائيـــه (q_x) ومعدلات الوفاه الناتجه من جداول نمطيه (q_x^s) ومن أهم أشكال تلـــك العلاقـــات نظام اللوجيت الذى اقترحه براس والذى يمكن تلخيصه فيمـــا يلى

$$\text{Logit}(1-P_x) = a + b\,\text{Logit}(1-P_x^s)$$

حيث a - b ثوابت

حيث أن

$$\text{Logit}(1-P_x) = \frac{1}{2} \ln\left[\frac{(1-P_x)}{P_x}\right]$$

$$= \frac{1}{2} \ln\left[\frac{q_x}{P_x}\right]$$

المبحث الثانى
طريقة Kernel اللامعلميه فى تسويه معدلات الوفاه

كما سبق الاشارة فى مقدمه هذا البحث نجد أن الطرق اللامعلميه فى تسويه معدلات الوفاه لاتحتاج الى افتراض معين لشكل داله معدلات الوفاه حيث تعتبر داله حره Free Function.

وقد تطورت طريقه Kernel لتسويه معدلات الوفاه الخام [١٠] من فكره استخدام المتوسطات المرجحه لمعدلات الوفاه الخام وذلك للوصول الى معدلات وفاه نهائيه (q_x) وذلك وفقا للعلاقه

$$q_x = \frac{\sum_i (\theta_i / E_i) \quad w_{x,i}}{\sum_i w_{x,i}}$$

حيث $w_{x,i}$ = مجموعه الأوزان الترجيحيه لمعدلات الوفاه (i) عند السن x

الا أن العلاقه السابقه تنتج قيم نهائيه لمعدلات الوفاه (q_x) تكون تحت تأثير كبير لخطأ العينه ، خاصه فى الفئات ذات قيم E_x الصغيره .

وعلى ذلك تطورت العلاقه السابقه الى الشكل التالى

$$q_x = \frac{\sum_i (\theta_i \quad w_{x,i})}{\sum_i (E_i \quad w_{x,i})}$$

ونتج عن ضرب كل من البسط والمقام فى الوزن أن أعطى ذلك وزن اقل للفئات ذات قيم E_x الصغيره .

عندئذ قام Kernel بتطوير العلاقه السابقه وجعلها فى صيغه عامه وذلك باستخدام طريقته المعروفه باسمه فى تقدير دوال كثافه الاحتمال من بيانات العينه أو التى يمكن كتابتها على الصوره التاليه :-

$$\hat{g}(Y) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} \psi \left(\frac{Y-Y_i}{h}\right)$$

وباستخدام داله كثافه الاحتمال السابقه كوزن ترجيحى فان علاقه ايجــــاد معدلات الوفاه النهائيه (q_x) باستخدام طريقه Kernelتأخذ الشكل التالـــــي:

$$q_x = \frac{\frac{1}{nh} \sum_{i,\theta} \psi\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}{\frac{1}{nh} \sum_{i,E} \psi\left(\frac{x - x_i}{h}\right)}$$

حيث (ψ) داله يمكن تأخذ احدي الصور الثلاث التاليـــــه

داله خطيه	Linear Kernel
أو داله عاديه	Normal Kernel
أو داله مطلقد	Laplace Kernel

ونظرا لأن المعدلات الخام موضوع البحث تتميز بأنها معدلات ناتجه مـــن بيانات صغيره الحجم فاننا نري استخدام الداله العاديه لتقديـــــــرالاوزا ن الترجيحيه ، وعلى ذلك يمكن اعاده كتابه الصيغه العامه لـ Kernelوالخاصـــه بتسويه معدلات الوفاه كمايلـــــــى

$$q_x = \frac{\sum_{i,\theta} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_i}{h}\right)^2}}{\sum_{i,E} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_i}{h}\right)^2}}$$

حيث البسط عباره عن مجموع θ_x بعد ترجيها بأوزانKernelالعاديه والمقـــام عباره عن مجموع E_x بعد ترجيحها بنفس الأوزان ٠

ولقيم (h) أهميه خاصه فى تحديد عدد البيانات الداخلهفى حسابالمتوسط المرجح المتحرك ٠فكلمازادت قيمه (h)كلمازادعددالفئاتالداخله فى حسابالمتوســـط المتحرك ٠

وفى رأينا أن طريقه Kernel اللامعلميه لتسويه معدلات الوفاه الخـــــام تؤدي الى نتائج جيده يمكن الاعتماد عليها ، وذلك راجع الى مايتميز به هــــــذا لاسلوب من حيـــــث :

١- الاختيار المناسب لقيمه (h) يمكن أن نصل بمقتضاه الى أفضل تقدير نهائي لمعدلات الوفاه الخام •

٢- باستخدام الأوزان المرجحه العاديه ، يمكن من تقليل تأثير أخطـــاء العينه على تقدير معدلات الوفاه النهائيـــه •

٣- الأسلوب اللامعلمي في تسويه معدلات الوفاه يعد من وجهه نظرنا أفضل من الأسلوب المعلمي ، نظرا لاحتياج الاسلوب الأخير الى فـــروض معين لشكل الداله وتحديد معلماتها ويتبع ذلك من صعوبات عمليـــه ، حيث أنه وحتى الآن لم يصل أحد الى شكل داله معينه تصلح لجميـــع اعمار معدلات الوفـــاه •

المبحث الثالـث
مثال تطبيقـــــــــى

حيث أن هذا المبحث يهدف الى الوصول الى أفضل طرق تسويه معـــدلات الوفاه الخام الناتجه من حجم بيانات قليلـه ومايترتب على ذلك من حيـــث تصنيف فئات الأعمار لكل خمس سنوات أو عشر سنوات، فقد استخدمت البيانات الفعليـه الناتجه من خبره السوق المصري للفـتره ١٩٧٢-١٩٧٦، كمثال تطبيقـى لمعدات وفاه خام ناتجه من بيانات صغيره الحجم ومصنفـه فى فئات خمسيه •

وفيمايلى جدول بالبيانات الخـــام

جدول (٣-١): معدلات الوفاه الخـــــــام

x	E_x	θ_x	$q_x^o \times 10^6$
$12\frac{1}{2}$	37342.5	27	723
$17\frac{1}{2}$	26708	28	1048
$22\frac{1}{2}$	29508	46	1356
$27\frac{1}{2}$	49086.5	69	1406
$32\frac{1}{2}$	329393	466	1415
$37\frac{1}{2}$	322633	644	1996
$42\frac{1}{2}$	284706.5	847	2975
$47\frac{1}{2}$	148856	728	4891
$52\frac{1}{2}$	58648.5	481	8201
$57\frac{1}{2}$	18996	262	13792
$62\frac{1}{2}$	2791	64	22931

المصـــدر:

El-Mansoury, M. "A Theoritical Basis of Life Assurance", Ph.D. Thesis, The City University London, 1978.

٣-١ نتائج تسويه معدلات الوفاه باستخدام قانون ماكيهام

لقد تم اختبار المعدلات الخام لمعرفه مدي صلاحيه استخدام قانـــــون جومبيتز أو قانون ماكيهام فى تسويه المعدلات وكانت النتائج تشير الـــــى صلاحيتـه باستخدام قانون ماكيهام وقانون جومبيتز ونظرا لأن نتائج تســـويه البيانات باستخدام طريقه ماكيهام تفضل طريقه جومبيتز من حيث امكانيـــه قانون ماكيهام فى تسويه المعدلات لمدي أكبر من الأعمار فقد اقتصر علـــى استخدام قانون ماكيهام وهـــو.

$$\mu_x = A + Bc^x$$

حيـــث

$A = .00095968$

$B = .000007597$

$C = 1.1404015$

$$P_x = S g^{c^x (c-1)}$$

فـــــان $S = .9990408$

$g = .9999422$

وتظهر معدلات الوفاه النهائيه q_x التى تمت تسويتها بقانون ماكيهام فـــــى العمود (٣) فى الجدول رقم (٣-٣)٠

وقد حسبت قيمه x^{2*} لقياس مدي مطابقه المعدلات النهائيه للمعــــدلات الخـــــام ٠

٣-٢ <u>نتائج تسويه معدلات الوفاه باستخدام جدول نمطـــي:</u>

نظرا لأن معدلات الوفاه الخام لها نفس اتجاه معدلات الوفاه النهائيـه للجدول الانجليزي 29U-24 ونظرا أيضا لاستخدامه فى السوق المصري فى بعـض الشركات العامله حتى الآن فقد اتخذت المعدلات النهائيه لهذا الجـــــدول كمعدلات وفاه نمطيـه q_x^s

حيـــث
$$\text{Logit}(1-P_x) = a + b\ \text{Logit}(1-P_x^s)$$

وحسبت قيمه كل من a, b

فوجد أن
$a = .5386$

$b = 1.2832$

وتظهر معدلات الوفاه النهائيه q_x التى تمت تسويتها باستخدام جدول الحيـاه الانجليزي 29U-24 فى العمود (٢) فى الجدول رقم (٣-٣)٠

$$* \quad x^2 = \Sigma \frac{(E_x\ q_x^o - E_x\ q_x)^2}{E_x\ q_x\ P_x}$$

٣-٣ نتائج تسويه معدلات الوفاه النهائيه q_x باستخدام طريقهليدستون

استخدام جدول 2011 ٪ أيضا كجدول نمطى وحصلنا على كثيره الحـــــدود من الدرجه الثالثـــه

$$\log(q_x^s/q_x^o) = b_o + b_1x_1 + b_2x^2 + b_3x^3$$

وباستخدام (E_x/q_x^s) كأوزان مرجحه ، فانه أمكن الحصول على قـــــيم الثوابت باستخدام طريقه المربعات الصغري المرجحه كمايلـــــى

$$b_o = -248.963672$$
$$b_1 = 17.090270$$
$$b_2 = -.585891$$
$$b_3 = .005675$$

وأمكن الحصول على معدلات الوفاه النهائيه (q_x) كما يظهر فى العمـــــود (٣) جدول رقم (٣-٣).

٤-١ نتائج تسويه معدلات الوفاه النهائيه (q_x) باستخدام طريقه Kernel

لقد تم حساب معدلات الوفاه النهائيه باستخدام طريقـــــه Kernel اللامعلميه لعديد من قيم (h) وذلك للوصول الى أفضل تسويه للمعدلات الخــام ، حيث أن طريقه Kernel تستخدم أسلوب الأوساط المرجحه كما سبق الاشاره الى ذلك. والأوزان التى استخدمها Kernel هى داله عاديه وتعتمد على قيم (h).

والجدول التالى يبين معدلات الوفاه النهائيه لقيم مختلفه لـ (h) ومقارنه تلك المعدلات بالمعدلات الخام مع حساب قيم x^2.

جدول (٢-٢) معدلات الوفاة النهائية بطريقة Kernel

x	$q_x^o \times 10^6$	$q_x \times 10^6$				
		h=2	h=2.25	h=2.4	h=2.5	h=3
$12\frac{1}{2}$	723	733	741	747	752	774
$17\frac{1}{2}$	1048	1044	1040	1038	1037	1032
$22\frac{1}{2}$	1356	1348	1342	1338	1336	1327
$27\frac{1}{2}$	1406	1407	1407	1407	1408	1413
$32\frac{1}{2}$	1415	1439	1458	1472	1482	1529
$37\frac{1}{2}$	1996	2007	2015	2021	2025	2045
$42\frac{1}{2}$	2975	2971	2966	2964	2963	2954
$47\frac{1}{2}$	4891	4796	4723	4676	4646	4507
$52\frac{1}{2}$	8201	7944	7751	7631	7553	7198
$57\frac{1}{2}$	13792	13180	12731	12457	12280	11484
$62\frac{1}{2}$	22931	22697	19582	18913	18511	16917
x^2		1.4822	6.2903	10.0555	13.0004	13.5360
D.F		10	10	10	10	10
$P(x>x^2)$		.001	.20	.56	.78	.99

من الجدول السابق نجد أنه باختلاف قيم (h) تختلف نتائج التسويه ولاختيار أفضل النتائج سوف يتم حساب x^2 حيث أتفق الكتاب الأكتواريين (١١) على اتخاذها كمقياس مناسب لاختبار كفاءة عمليه التسويه مقارنه بالمقاييس الأخرى فى هذا المجال، وتعتبر نتائج عمليه التسويه مقبوله اذا كانت قيمة $P(x>x^2)$ تساوي تقريبا $\frac{1}{2}$ ، وقد حسبت قيم x^2 للنتائج السابقه وكذا قيمه P حيث اتضح أن أفضل نتائج التسويه حصلنا عليها عند h 2.4 *

٣-٥ ملخص نتائج تسوية معدلات الوفاة بالطرق المختلفـــه :

الجدول التالى يبين معدلات الوفاه النهائيه (q_x) بعد اتمام تسويتهـــا بالطرق المختلفه ومقارنه تلك المعدلات النهائيه بالمعدلات الخـــام (q_x^o) واستخدام x^2 لقياس مدي كفاءه عمليه التسويه وبالتالى اختيار أفضل الطـــرق الخاصه بتسويه البيانات فى حاله معدلات وفاه خام محسوبه من واقع بيانـــات صغيره ألحجم كما هو الحال فى الأسواق العربيه والأفريقيه وبعض دول آســـيا وامريكا اللاتينيـــه .

جدول (٣-٣) معدلات الوفاه النهائيه بالطرق المختلفـــه

x	$q_x^o \times 10^6$	$q_x \times 10^6$			
		Kernel h=2.4 (1)	Standard Table (2)	Lidstone (3)	Makeham (4)
$12\frac{1}{2}$	723	747	890	650	-
$17\frac{1}{2}$	1048	1038	1197	1290	1039
$22\frac{1}{2}$	1356	1338	1245	1350	1113
$27\frac{1}{2}$	1406	1407	1248	1370	1260
$32\frac{1}{2}$	1415	1472	1400	1400	1540
$37\frac{1}{2}$	1996	2021	1929	1980	2079
$42\frac{1}{2}$	2975	2964	2889	2080	3117
$47\frac{1}{2}$	4891	4676	4398	4770	5118
$52\frac{1}{2}$	8201	7631	7476	8040	8965
$57\frac{1}{2}$	13792	12457	13822	14060	16344
$62\frac{1}{2}$	22931	18913	26150	24300	30421
x^2		10.0555	18.0596	3.7569	27.0353
D.F		10	10	10	9
$P(x>x^2)$		.56	.94	.05	.99

نخلص من الجدول السابق بالنتائج التاليـــــــــــة :

١ ـ أعطت طريقه Kernel أفضل تسويه لمعدلات الوفاه حيـــــــث $P(x > x^2)$ .50 أي تقريبا ½ وهذا راجع للمرونه التى تتميز بهـــا طريقه Kernel من حيث تغيـــر الأوزان تبعا لقيمه (h) حيــــث فى حالتنا هذه وجد أن أفضل نتائج عند (h=2.4) •

٢ـ كذلك فان تسويه معدلات الوفاه باستخدام جداول نمطيه أعطت نتائـج غير مرضيه حيث $P(x > x^2) = .94$ • هذا بالاضافه الى احتياجنا أن نستخدم جداول نمطيه معدلات وفاتها تتخذ نفس اتجاه المعـدلات الخام هذا من ناحيه ، ويجب أن تكون هذه المعدلات تمت تســويتها بطرق رياضيه من ناحيه أخـري• لذلك نري أن طريقــــه Kernel وما تتميز به من مرونه من حيث تغيير قيمه (h) يمكن أن نصل فـــى النهايه الى معدلات وفاه نهائيــه ذات نتائج جيده خاصه فـــى حالة المعدلات الخام المحسوبه من بيانات قليله الحجم كما هـــو الحال فى هذا البحـــــث •

٣ـ نجد أن النتائج التى حصلنا عليها باستخدام طريقه ليدستون أعطـت معدلات وفاه نهائيه قريبه جدا من المعدلات الخام مما يدعونا الــى الاعتقاد بأن المعدلات النهائيه Under Graduation.

٤ـ طريقه ماكيهام أيضا أعطت نتائج غير مقبوله حيث $P(x > x^2) = .99$ وهذا راجع بالضروره أن طريقه ماكيهام لاتعطى نتائج يمكـــــــن الاعتماد عليها ، الا فى حالات معينه من حيث شكل معدلات الوفـــاه الخـــــــام •

المبحث الرابع

النتائج والتوصيات

٤-١ النتائج:

يمكن ايجاز أهم نتائج هذا البحث في:

١- ان طبيعة معدلات الوفاه الخام وطبيعه البيانات التى حسبت منها تؤثر بالضرورة فى الطريقة المستخدمه فى تسويه هذه المعدلات .

٢- ان طريقة Kernel اللامعلميه أعطيت نتائج ايجابيه فى تسوية معدلات الوفاه الخام المحسوبه من بيانات قليله الحجم والتى عاده ماتكون فى أسواق الدول العربيه والافريقيه وبعض دول آسيا وأمريكا الجنوبيه .

٣- ان الطرق التى تعتمد على شكل داله معينه فى تسويه المعدلات مثل حالتى ماكيهام وجومبيز لاتعطى نتائج جيده .

٤-٢ التوصيات:

يمكن أن نوجز أهم توصيتان:

١- يوصى الباحثان باستخدام طريقه Kernel اللامعلميه فى تسويه معدلات الوفاه الخام نظرا لانها لاتشترط شكل معين للداله ولايوجد بها ثوابت تحتاج الى تقدير ، كما أن المرونه فى تغيير قيم (h) للوصول الى معدلات نهائيه مقبوله تعد ميزه كبيره مقارنه بالطرق الاخرى ، خاصه فى البيانات قليله الحجم .

٢- ان عمليه تسويه معدلات الوفاه تعد عمليه فنيه تتطلب خبره كبيره من القائمين عليها ومن ثم فان الباحثان يوصيان بتدريس طرق تسويه المعدلات الخام فى المعاهد والكليات التى تدرس التأمين ورياضياته ، وذلك حتى يكتسب خريجى تلك المعاهد مهاره عمليه تسويه معدلات الوفاه الخام .

هوامش البحث

(١) د٠ محمد توفيق المنصوري ، د٠ شوقي سيف النصر ، التأمين الأصول العلميه والمبادئ العمليه ، دار الفكر العربي ، القاهره ١٩٧٣ ص ١٦٠-١٦٣٠

(٢) - Barnett, H.A.R., "Criteria of Smoothness", Journal of the Institute of Actuaries, Vol.112, Part III, P331, 1985.

(٣) See

- Benjamin, B. & Haycocks, H., "The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics", The University Press. London, 1970, PP. 181-314.

- Benjamin, B.& Pollard, J., "The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics", Heinemann, London, 1980, PP. 298-359.

- Miller, M. "Elements of Graduation", The Actuarial Society of America, 1946.

(٤) Meiller,P.P. 43-45.

(٥) Neill, A. "Life Contingencies", Heinemann, London, 1977, PP. 27-30.

(٦) See

Benjamin & Hay Cocks, P.P. 278-284.

- د٠ محمود حسين اليوسف، " التسويه التحليليه لجداول الحياه "، مجله كليه العلوم الاداريه جامعه الملك سعود ، المجلد التاسع ، الرياض ، ١٩٨٤ ص ص ٧٣-٨٠٠

(٧) - See :

Benjamin & Haycocks, P.P. 276-277.

Miller, P.P. 44.

(٨) Benjamin & Pollard, P.P. 328-330.

(٩) Brass W. & Others, "The Demography of Tropical Africa" New Jersy, University Press, 1968.

(١٠) Copas, J. & Haberman, S. "Non-Parameteric Graduation Using Kernel Methods", Journal of the Institute of Actuaries, Vol. 110, Part I, 1983, P.P. 135-154.

(١١) Benjamin & Haycocks, P.P. 199-203.

مراجع البحث

أولا: المراجع العربيـــــه:

١- د. محمد توفيق المنصورى ، د. شوقى سيف النصر ، "التأمين الاصـــول العلميه والمبادىء العمليه" دار الفكر العربى ، القاهره ، ١٩٨٣.

٢- د. محمد صلاح الدين صدقى ، "مبادىء التأمين" ، دار النهضه العربيه ، القاهرة ، ١٩٨٠.

٣- د. محمود حسين اليوسف ، "التسويه التحليليه لجداول الحيـــــاه"، مجله كلية العلوم الادارية جامعة الملك سعود ، المجلد التاســـع ، الرياض ، ١٩٨٤.

ثانيا: المراجع الاجنبيـــــه:

1- Barnett, H. "Criteria of Smoothness", Journal of The Institute of Actuaries, Vol. 112, Part III, 1985.

2- Benjamin, B. & Haycocks, H., "The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics", The University Press, London, 1970.

3- Benjamin, B. & Pollord, J., "The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics", Heinemann, London, 1980.

4- Brass W. & Others "The Demography of Tropical Africa" New Jersy, The University Press, 1968.

5- Copas, J. & Haberman, S. "Non-Parametric Graduation Using Kernel Methods", Journal of The Institute of Actuaries, Vol. 110, Part I, 1983.

6- EL-Mansoury, M., "A Theoritical Basis of Life Assurance for Developing Countries with Particular Reference to Egypt" Unpublished Ph.D. The City University, London, 1978.

7- Miller, M., "Elements of Graduation". The Actuarial Society of America, 1946.

8- Neill, A. "Life Contingencies", Heinemann, London 1977.